ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΤΩΝ ΠΕΝΤΕ ΚΑΙ ΔΕΚΑ ΣΤΟΙ-
ΧΕΙΩΝ ΕΚ ΤΩΝ ΤΟΥ ΘΕΩΝΟΣ
συνουσιῶν τὸ δεύτερον.

Καὶ

ΒΑΡΛΑΑΜ ΜΟΝΑΧΟΥ ΑΡΙΘΜΗ-
τικὴ ἀπόδειξις τῶν γραμμικῶς ἐν τῷ
δευτέρῳ τῶν στοιχείων ἀπο-
δειχθέντων.

Id est,

EVCLIDIS QVINDECIM
elementorum Geometriæ secundũ: ex
Theonis commentarijs
Græcè, & Latinè.

Item,

Barlaam monachi Arithmetica demonstra-
tio eorum, quæ in secundo libro elementorum
sunt in lineis & figuris planis
demonstrata.

Item,

Octo propositiones Stereometricæ, eiusdem cum præ-
cedentibus argumenti. Per Cunradum Da-
sypodium, *scholæ Argentinen-*
sis Professorem.

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI, ET DOMINO, DOMINO NICOLAO CHRISTOPHERO RADZIVVIL, DVCI OLICÆ ET NIESVVISI, COMITI IN SCHIDLOVVIEZ, &c. PRÆCLA-

ræ indolis, & optimæ ſpei Principi, ac Domino ſuo clementiſs: S. D.

Cunradus Daſypodius.

MENSE Aprili, Illuſtriſs: princeps, in lucem emiſi primum Euclidis Librum, cum perbreuibus meis ſcholijs, quibus ad percipiẽda Geometriæ elementa, harum diſciplinarum ſtudioſis viam prę parare, & aperire volui: memini etiam me tum promiſiſſe editionem ſecundi libri, vnà cum alijs quibusdam ſcriptis: quod quidẽ nunc facere paratus ſum: non tan

tum, vt si forsan aliquib. animus sit diligentius aliquanto, & exactius velle Geometricas demonstrationes cognoscere, atque perspicere: nostra qualicunque adiuti opera, habeant in quo animum delectare suum, seque exercere possint: sed & vt duo hi libri eiusdẽ doctrinæ, & institutionis non seiungantur. Euclides enim propositione penultima libri primi quadrata laterum trianguli orthogonij examinauit: & tandem quam in primo instituerat libro doctrinam, sub finem secundi de quadratis laterum triangulorum amblygoniorum, & oxygoniorum perficit, & absoluit: ita vt vnus potius liber dici posit, quàm duo

duo diſtincti libri. Quia verò διαίρεσις comune eſt σύμπτωμα Geometriæ, & Arithmeticæ, idcirco demonſtrationibus Geometricis Arithmeticas, & ob ſimilitudinem cognationemq́ octo ſtereometricas propoſitiones adiunxi: quas Geometriæ ſtudioſis, maximo adiumento, & in difficilioribus quæſtionibus explicandis valde neceſſarias fore puto. quia non tantum differentias harum diſciplinarum diligenter inſpicere oportet: ſed & ipſarum cognitionem obſeruare. geometra nominat ὀρθογώνιον, figuram quæ duabus lineis rectis, angulum rectum continentibus, repræſentatur: arithmeticus verò ἐπίπεδον ἀριθμὸν,

numerum, qui ſit ex multiplicatione duorum numerorum in ſe. vnde licet videre rectangulum, ſuperficiem rectangulam, parallelogrammon rectangulum, multiplicationem, numerum planũ, productum quod ſit ex multiplicatione unius numeri in alterum, eandem habere ſignificationem. ſicut Stereometra etiam habet παραλληλεπίπεδον ὀρθογώνιον eiuſdem cum præcedentibus naturæ. eodem modo τετράγωνον, τετράγωνος ἀριθμὸς, κύβος, κύβος ἀριθμὸς, eandem quidem & ſimilem habent vim: ſed nõ eiusdem ſcientię ſunt ſubiecta. hæc, & ſimilia ſi obſeruentur, et natura eorum acuratius inueſtigetur, multum poſſunt adoleſcen-

lescentum erudire ingenia: si videant, quæ omnibus mathematicis scientijs sint cõmunia, de quibus in nostris scholijs: quæ verò non quidem omnibus, sed aliquibus: eorumq́ duo esse genera, vel enim, vt res exemplo fiat manifestior, ex Geometria petita ad Arithmeticam applicantur: vel econtra ex arithmeticis illis demõstrationibus translata sunt ad geometriam: deniq; quòd nonnulla vniuscuiusque scientiæ sint propria. Hæc inquam, & his cognata, nisi quis diligenter perpendat, & quæ quibus conueniant, quæúe discrepent, aut ex quibus, quomodoúe facta sit demonstratio, non animaduertat: meritò ἀγεωμέ-

τεχνίτης dici poteſt, ſicuti & ille, qui οἰκονομίαν mathematicarũ ſcientiarũ non obſeruat, dum quæ congenda ſunt, diſiungit, quæ diuerſa ſunt, aut in ſpecie tantum ſimilia, vnum congerit in locum: denicꝫ is, qui, quæ diuerſarum ſunt ſcientiarum, vni attribuit ſcientiæ: aliaqꝫ præcepta Geometrarum negligit. Veteres certè mathematici, ſummo ſtudio in id incubuerunt, vt ſingula ſuo explicarent loco, vt per conceſſa, & affirmata demonſtrarent inſequentia: vt nihil pro certo, vero, & affirmato reciperent, niſi cuius natura, ſubſtantiaqꝫ, aut accidens aliquod, per ſe manifeſtum eſſet, aut aliqua eius vera & certa allata eſ-

ta esset demonstratio. Itaque qui se in his rectè & benè exercebunt, non tantum harum scientiarum sibi comparabunt cognitionem: sed & animum informabunt suum: vt eò etiam prudentiores iuxta Platonis, aliorumque Philosophorum sententiam sint futuri: & in rebus benè gerendis instructiores: quando Geometrarum more, omnibus ponderatis, & ad amussim examinatis, id quod honestum & iustum, verumque est, à turpi, iniquo, atque falso discernent. monemus igitur eos, qui Philosophorum scripta legere, animũ acri & prudenti iuditio imbuere, mores benè & rectè informare cupiunt: hęc geometrica non ne-

gligant ſtudia: neq; propter ſterilitatem, quæ prima fronte in his apparet, ſe deterreri patiantur: aut in ipſo curſu langueſcant: ſiquidem maior fructus, maiorq; vtilitas ex his percipitur, quàm labores, quibus cognitio harum rerum comparatur, ſint æſtimandi. Imitandi potius nobis ſunt Hebræi, Ægyptij, Græci, Latini, quibus hæc ſtudia cordi fuere. Poſtquam enim à primis parentibus Adamo, Setho, Noëo hæc fuerunt poſteris tradita, & ab ipſo Abrahamo, cæteriſq; Hebræis Ægypti ſacerdotibus relicta: tandem factum fuit, vt Græcorum, & Latinorum Thaletis, Pythagoræ, Platonis, Ariſtotelis, Archime-

chimedis, reliquorumque Philosophorum hęc facta sint Gymnasia: denique insequentibus temporibus adeò vulgata fuerunt, vt in his doctis Arithmeticorum abacis, & in hoc erudito Geometrarum puluere, non solum pueri harum artium & disciplinarum studiosi exercerētur: sed & opifices, vt Pictores, Statuarij, Architecti hæc optime scirent, & intelligerent. Dolendum itaque, imò maxime dolendum, quod hinc ab aliquot seculis adeo obscurata, adeo neglecta iacuerint excellentiss: harum disciplinarum studia: aut quod maius est, in tanta omnium linguarum & artium luce, à multis hoc nostro tempore, non dico impe-

imperitis, ſed doctis viris contemnantur, vt non modò pueris & opificibus hæc non amplius ſint nota, ſed viris humanioribus literis optimè imbutis: qui vt cæteri ſibi perſuadent, non alium fructum harum eſſe ſcientiarum, quàm vt puerorum exacuantur ingenia: nec proſint, niſi dum percipiuntur, deinceps verò nullum amplius habeant vſum. cuius ſanè opinionis falſæ, & erroris culpam, non in ſcientias ipſas, ſed potius in hominum ignauiam, & ignorantiã transferre debemus. quæ quidem latius, & clarius, ſi tempus locusq; pateretur, demõſtrare poſſemus: ſed cum neq; inſtituti ſit noſtri, de ſcientiarum
mathe-

mathematicarum dignitate, & vtilitate verba facere: neque ea, quæ à multis fusius tradita sunt, repetere: finem his faciam: hæc mihi dum mei instituti rationem redderem, & quid potissimum traderem, explicarem, occurrebant. Fateor hæc non esse magna, neq; vllius ingenij, aut industriæ: sed tamen non ingrata futura spero: neq; indigna patrocinio aliquo; & cum à multis hoc factitatum sit, vt eum suorum laborum patronum esse velint: & sub eius titulo atq; nomine sua in lucem exire, qui patrocinari & velit, & possit: deniq; quem intelligunt eas artes, quas exercent: eaq; studia, quibus ipsi incumbunt.

bunt amare, fouere, conseruare, aliosq́ue ad ea persequenda excitare: volui I. T. C. hos meos qualescunque labores dedicare, quòd I. T. C. talem esse perceperim, qualem patronum sibi solent deligere, qui, vt dictum est, aliquid in publicum emittunt. Itaque vnicè I. T. C. oro, vt his meis studiis patrocinari dignetur: quod si ab I. T. C. hoc impetraro, multum, imò magni quippiam me consequutum fuisse arbitrabor. Cætera viris syncero & æquo iuditio præditis dijudicanda committo: mihiq́ue satis erit ijs, quorũ instinctu, & voluntate hæc in publicum emitto, placuisse: & in studiosorum gratiam aliquid fecisse.

cisse. His me, meaq́ꝫ studia I. T. C. commendo: neqꝫ dubito quin etiam illa I. T. C. non ingrata sint futura. Calend: Iunij. Anno 1564.

I. T. C. deditiss:

Cunradus Dasypodius.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν:

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν, σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὅσα δηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν: ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Ἔκθεσις.) Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ᾱ, βγ, καὶ τετμήσθω ἡ βγ, ὡς ἔτυχε κατὰ τὰ δ, ε, σημεῖα. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ᾱ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ

ὑπό τε

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

DEFINITIONES.

OMne parallelogrammum rectāgulum contineri dicitur duabus lineis rectis, quæ angulum vnum rectum comprehendunt.

In omni verò parallelogrammo vnum ex illis, quæ circa diametrum sunt parallelogrāmis quodcunq; id fuerit, cum duobus supplementis, nominetur gnomon.

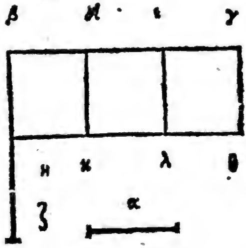
PROPOSITIONES.

Propositio prima. Theorema.

DAtis duabus lineis rectis, quarũ altera in quotcunq; partes sit secta: erit rectangulum, quod duæ illæ rectæ lineæ continent: æquale ijs rectangulis, quæ continentur ea linea, quæ secta non est, & omnibus alterius lineæ segmentis.

Explicatio dati.) Sint duæ lineæ rectæ α, $\beta\gamma$, & secetur recta $\beta\gamma$, vt libuerit, in punctis δ, & ϵ. (Explicatio quæsiti.) Dico quòd rectangulum contentum rectis α,

ὑπό τε τῶν α, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ: καὶ τῷ ὑπὸ τῶν α, δε, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν α, εγ. (Κατασκευή.)



Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ β, τῇ βγ πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἡ βζ: καὶ κείσθω τῇ α ἴση ἡ βη: καὶ διὰ τοῦ η, τῇ βγ παράλληλος ἤχθω ἡ ηθ: διὰ δὲ τῶν δ, ε, γ, τῇ βη παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δκ, ελ, γθ. (Ἀπόδειξις.) Ἴσον δή ἐστι τὸ βθ, τοῖς βκ, δλ, εθ. καί ἐστι τὸ μὲν βθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ ηβ, βγ. ἴση δὲ ἡ βη, τῇ α, τὸ δὲ βκ τὸ ὑπὸ τῶν α, βδ. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βδ. ἴση δὲ ἡ βη, τῇ κ, τὸ δὲ δλ, τὸ ὑπὸ τῶν α, δε. ἴση γὰρ ἡ δκ, τουτέστιν ἡ βη, τῇ α. καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ εθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, εγ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α, βγ: ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν α βδ: καὶ τῷ ὑπὸ α, δε, καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ α, εγ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα: τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν,

ἴσον

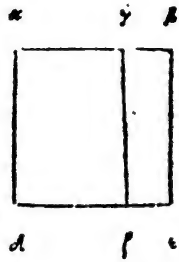
βγ: æquale sit rectangulis, quæ continentur rectis α, βδ: & α, δε, denique α & εγ. (Delineatio.) Ducatur enim, & fiat ad punctũ β lineæ βγ ad angulos rectos linea recta βζ: deinde rectæ α, fiat æqualis recta βη: atq; per punctum η, rectæ βγ ducatur æquedistās recta ηθ: deniq; per puncta δ, ε, γ, rectæ βη ducantur æquedistantes rectæ δκ, ελ, γθ. (Demonstratio.) Rectangulum igitur βθ, est æquale rectangulis βκ, δλ, εθ. verum rectangulum βθ, est quod continetur rectis α, βγ. quia continetur rectis ηβ, βγ. sed recta βη, est æqualis rectæ α. βκ autem rectangulum continetur rectis α, βδ: quia rectis ηβ, βδ comprehenditur: & βη est æqualis α. rectangulum etiam δλ, continetur rectis α, δε: cum δκ, hoc est, βη sit æqualis α lineæ rectæ. deniq; eodem modo rectangulum εθ, est id quod continetur rectis α, εγ. Quare rectangulum cōtētum rectis α, βγ, est æquale rectangulis cōtentis rectis α, βδ: & α, δε: deniq; α, & εγ. (Conclusio.) Si igitur datis duabus rectis, altera earũ in quotcunq; partes secetur: rectan-

ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις β. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια: ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ ἡ ᾱβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε, κατὰ τὸ γ̄ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ᾱβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν βᾱ, αγ περιεχομένου ὀρθογωνίου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ᾱβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ᾱβ τετράγωνον, τὸ ᾱβδε: καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ̄, ὁποτέρᾳ τῶν ᾱδ, βε παράλληλος ἡ γζ. (Ἀπόδειξις.)



Ἴσον δὴ τὸ αε, τοῖς ᾱζ, γ̄ε. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν αε, τὸ ἀπὸ τῆς ᾱβ τετράγωνον: τὸ δὲ αζ τὸ ὑπὸ τῶν βα, αγ περιε-

χόμενον

gulum quod duæ illæ lineæ rectæ continent, est æquale rectangulis, quæ linea non secta, & quouis segmento continentur. quod erat demonstrandum.

Propositio II. Theorema.

SI recta linea vtcunque secta fuerit: rectangula quæ à tota & vtroque segmentorum continentur, sunt æqualia quadrato à tota illa linea descripto.

Explicatio dati.) Sit enim linea recta αβ vtcunque secta in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis αβ, βγ contentum, cum rectangulo rectis βα, αγ contento, sit æquale quadrato à linea recta αβ descripto. (Delineatio.) Describatur à linea recta αβ, quadratum αβ, δε, & per punctum γ ducatur vtrique αδ, βε, æquedistans recta γζ. (Demonstratio.) Est igitur rectangulũ αε, æquale rectangulis αζ, γε. sed rectangulum αε, est quadratum à linea recta αβ descriptum: rectangulum verò αζ, est id quod continetur rectis βα, αγ. quia rectis

χόμενον ὀρθογώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν δα, αγ. ἴση δὲ ἡ αδ, τῇ αβ: τὸ δὲ γε, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ. ἴση γὰρ ἡ βε τῇ αβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βα, αγ, μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αβ, βγ ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε: τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια: ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις γ. θεώρημα.

ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε: τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον τὸ γδβε: καὶ ἤχθω ἡ εδ

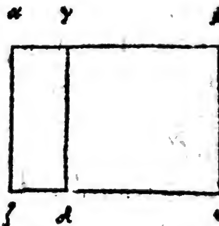
ἐπὶ

δα, αγ continetur. & αδ est æqualis rectæ αϐ: & rectangulum γε est quod continetur rectis αβ, βγ. quoniam βε æqualis est rectæ αβ. Quare rectangulum lineis ϐα, αγ contentum, cum rectangulo rectis αϐ, βγ contento: est æquale quadrato à recta αβ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta quædam vtcunque fuerit secta: rectangula quæ à tota, & vnoquoque segmento continentur, sunt æqualia quadrato à tota linea recta descripto. Id quod erat demonstrandum.

Propositio III. Theorema.

SI linea quædam recta vtcunque fuerit secta: rectangulum tota linea recta, & vno segmento contentum: est æquale rectangulo ipsis segmentis contento, & quadrato à prædicto segmento descripto.

Explicatio dati.) Recta enim αβ, secetur vtcunque in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quòd rectangulum lineis αβ, βγ contentum, æquale sit rectangulo αγ, γβ rectis contento, atque quadrato à recta βγ descripto. (Delineatio.) Describatur à recta βγ, quadratum γδβε: & ducatur rectæ εδ ad pun-



ἐπὶ τὸ ζ· καὶ διὰ τοῦ α ὁποτέρᾳ τῶν γδ, βε παράλληλος ἤχθω ἡ αζ. (Ἀπόδειξις.) Ἴσον δή ἐστι τὸ αε, τοῖς αδ, γε. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν αε, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν αβ, βε. ἴση δὲ ἡ βε, τῇ βγ, τὸ δὲ αδ, τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ δγ, τῇ γβ. τὸ δὲ δβ, τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις δ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ

ἀπὸ

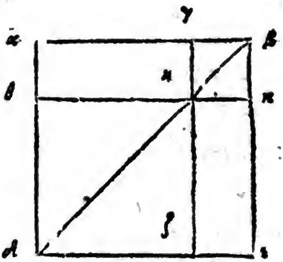
ctum vsq; ζ: deniq; vtriq; γδ, βε, per punctum α, ducatur æquedistans recta αζ. (Demonstratio.) Rectangulum igitur αε, est æquale rectangulis αδ, γε: atq; rectangulum αε, est id quod continetur rectis αβ, βγ: quia rectis αβ, βε cõtinetur: sed βε æqualis est rectæ βγ: rectangulum etiam αδ, continetur rectis αγ, γβ: quia recta δγ, est æqualis rectæ γβ, & rectangulum δβ, est quadratum à γβ recta descriptum. Quare rectangulum quod αβ, βγ rectis continetur: est æquale rectangulo αγ, γβ rectis contento, cum quadrato à recta γβ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea secta vtcunq; fuerit: rectangulum quod tota linea recta, & vno segmentorum continetur: est æquale rectangulis ipsis segmentis contento, atq; quadrato à prædicto segmento descripto. Quod erat demonstrandum.

Propositio IIII. Theorema.

SI recta linea secta fuerit vtcunq;,

ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἔσται τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον. ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.



(Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αδεβ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βδ: καὶ διὰ μὲν τοῦ γ, ὁποτέρα τῶν αδ, εβ παράλληλος ἤχθω ἡ γζ: διὰ δὲ τοῦ η, ὁποτέρα τῶν αβ, δε, παράλληλος ἤχθω ἡ θκ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ γζ, τῇ αδ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ βδ: ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ βηγ: ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ αδβ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ αδβ, τῇ ὑπὸ αβδ ἐστιν ἴση: ἐπεὶ καὶ πλευ-

quadratum à tota linea recta descriptum, erit æquale quadratis segmentorum, & rectangulo quod bis ipsis continetur segmentis.

Explicatio dati.) Recta enim linea αβ, secetur vtcunque in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadratum à recta linea αβ descriptum: æquale sit quadratis à lineis rectis αγ, γβ descriptis, & rectangulo quod bis continetur rectis αγ, γβ. (Delineatio.) A recta linea αβ describatur quadratum αδεβ: & fiat linea βδ: atque per punctum γ, vtrique lineæ rectæ αδ, εβ ducatur æquedistans recta γζ: præterea per punctum η, vtrique lineæ αβ, δε, ducatur æquedistans recta θκ. (Demonstratio.) Quoniam recta γζ, æquedistat rectæ αδ: & in eas incidit recta βδ: angulus igitur βηγ externus: æqualis est angulo αδβ interno sibi opposito: sed angulus αδβ, est æqualis angulo αβδ: quia & latus αβ, la-

πλευρὰ ἡ αβ τῇ αδ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ γηβ ἄρα γωνία, τῇ ὑπὸ ηβγ ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ, πλευρᾷ τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλὰ καὶ ἡ γβ, τῇ ηκ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ γη, τῇ κβ, καὶ ἡ ηκ ἄρα, τῇ κβ ἐστὶν ἴση. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γηκβ. λέγω δὴ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ γη, τῇ βκ· καὶ εἰς αὐτὰς ἐνέπεσεν ἡ γβ· αἱ ἄρα ὑπὸ κβγ, ηγβ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ κβγ, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ηγβ. ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον, αἱ ὑπὸ γηκ, ηκβ ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ γηκβ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ, καὶ ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ τὸ θζ τετράγωνον ἐστὶ, καὶ ἐστιν ἀπὸ τῆς θη· τοῦτ' ἐστιν ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα θζ, γκ τετράγωνα, ἀπὸ τῶν αγ, γβ εἰσί. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη τῷ ηε, καί ἐστι τὸ αη, τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ ηγ, τῇ γβ. καὶ τὸ ηε ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἐστὶ δὲ καὶ τὰ θζ, γκ τετράγωνα, ἀπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ θζ, γκ,

αη, ηε,

αβ, lateri αδ est æquale. quare & angulus γηϐ, angulo ηϐγ est æqualis, latus etiam ϐγ, lateri γη est æquale. verum latus γϐ, etiã est æquale lateri ηκ, & γη latus lateri κϐ. ergo & ηκ latus, lateri κϐ æquale erit. Figura igitur γηκϐ est æquilatera. Dico quod etiam sit rectangula: quoniam recta γη æquedistat rectæ βκ, & in eas incidit recta γϐ: anguli igitur κβγ, ηγϐ duobus rectis sunt æquales, & idcirco etiam anguli oppositi γηκ, ηκϐ duo erunt recti. quare γηκϐ figura etiam est rectangula: demonstrata verò etiam est æquilatera: quare γηκϐ est quadratum, et est à linea γϐ descriptum. Eisdem medijs demonstrabitur quòd θζ figura, sit quadratum, & est à recta θη descriptum, hoc est, à recta αγ. quare quadrata θζ, γκ sunt à rectis αγ, γβ descripta. Quoniam verò rectangulum αη, æquale est rectangulo ηε, & rectangulum αη contineatur rectis αγ, γϐ. rectangula igitur αη, ηε sunt æqualia rectangulo, quod bis continetur rectis αγ, γϐ: & θζ, γκ quadrata descripta sunt à rectis αγ, γϐ. quatuor itaque ista θζ, γκ,

αη, ηε.

γώνου αἱ τρεῖς γωνίαι, αἱ ὑπὸ αβδ, αδβ, βαδ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαδ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αβδ, αδβ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί, καί εἰσιν ἴσαι. ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ αβδ, αδβ, ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βγη, ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τὸ α. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ γωνία, τῇ ὑπὸ γβη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ, τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν γβ, τῇ κη ἐστὶν ἴση: ἡ δὲ γη, τῇ βκ. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ, ἔχει δὲ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ γβκ γωνίαν. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ, καί ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ τὸ ζθ τετράγωνόν ἐστι. καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα γκ, θζ τετράγωνά ἐστι. καί ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ, καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τῷ αη τῷ εη: καί ἐστι τὸ αη τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ γη, τῇ γβ: καὶ τὸ εη ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ: ἐστὶ δὲ καὶ τὰ γκ, θζ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ, τὰ ἄρα γκ, θζ, αη, ηε

ἴσα

anguli $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$, $\beta\alpha\delta$ duobus rectis sunt æquales, sed angulus $\beta\alpha\delta$ est rectus: reliqui ergo $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$ vni angulo recto sunt æquales. vterq; igitur angulorum $\alpha\beta\delta$, $\alpha\delta\beta$ dimidia est pars recti: sed angulus $\beta\gamma\eta$ est rectus, quia angulo ad α sibi opposito æqualis est: reliquus ergo angulus $\gamma\eta\beta$ dimidia pars recti est. quare angulus $\gamma\eta\beta$, angulo $\gamma\beta\eta$ est æqualis. vnde & latus $\beta\gamma$, lateri $\gamma\eta$ est æquale. sed $\gamma\beta$ latus est æquale lateri $\kappa\eta$: et latus $\gamma\eta$, lateri $\beta\kappa$. erit igitur figura $\gamma\kappa$ æquilatera: sed angulus $\gamma\beta\kappa$ est rectus: figura igitur $\gamma\kappa$ est quadratũ, & descriptum est à recta $\gamma\beta$. Iisdẽ medijs demonstrabitur, quod $\zeta\theta$ sit quadratum: & æquale quadrato, à recta $\alpha\gamma$ descripto. figuræ igitur $\gamma\kappa$, $\theta\zeta$ sunt quadrata: & sunt æqualia quadratis à rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ descriptis. Cum autem rectangulum $\alpha\eta$ sit æquale rectãgulo $\eta\varepsilon$, & rectangulũ $\alpha\eta$ sit illud quod cõtinetur rectis $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: nam $\gamma\eta$ est æqualis rectæ $\gamma\beta$: idcirco & $\varepsilon\eta$ rectangulum erit æquale rectangulo $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ rectis cõtento. quare rectãgula $\alpha\eta$, $\eta\varepsilon$ sunt æqualia rectãgulo quod $\alpha\gamma$, $\beta\gamma$ rectis

ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ᾱγ̄, γ̄β̄· καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ᾱγ̄, γ̄β̄· ἀλλὰ τὰ γ̄κ̄, θ̄ζ̄· καὶ τὰ ᾱη̄, η̄ε̄. ὅλον ἐστὶ τὸ ᾱε̄, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ᾱβ̄ τετράγωνον. (Συμπέρασμα.) Τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ᾱβ̄ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ᾱγ̄, γ̄β̄ τετραγώνοις· καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ᾱγ̄, γ̄β̄ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. (Πόρισμα.) Ἐκ δὴ τούτων φανερόν ἐστιν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις· τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, τετράγωνά ἐστι.

Πρότασις ε̄. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα· τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλοις τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ᾱβ̄, τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ᾱδ̄, δ̄β̄ περιε-

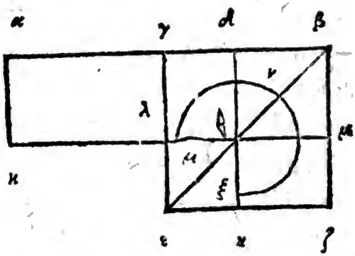
bis continetur: sed figuræ γκ, θζ, sunt æqualia quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis. Hæ igitur quatuor figuræ γκ, θζ, αη, ηε, sunt æquales quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis, & rectangulo quod αγ, γϐ rectis bis continetur: verum γκ, θζ, αη, ηε figuræ: constituunt totũ quadratum αε, à recta linea αϐ descriptum. (Conclusio.) Quadratum igitur à recta linea αϐ descriptum: æquale est quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis, et rectãgulo quod rectis αγ, γϐ bis continetur. Id quod demonstrandum erat. (Corollarium.) Ex his manifestum est, quod in quadratis figuris, parallelogramma quæ circa diametron sunt, sint quadrata.

Propositio V. Theorema.

SI recta linea in æqualia & in inæqualia fuerit secta: rectangulum quod segmentis cõtinetur inæqualibus, cum quadrato quod à linea inter ipsa segmẽta posita describitur: æquale est quadrato à dimidia linea descripto.

Explicatio dati.) Recta enim linea αϐ, secetur in partes æquales in puncto γ, & in partes inæquales in pũcto δ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis αδ, δϐ

περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον τὸ γεζβ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε, καὶ διὰ μὲν τοῦ δ, ὁποτέρα τῶν γε, βζ παράλληλος ἤχθω ἡ δη. διὰ δὲ τοῦ θ. ὁποτέρα τῶν γβ, εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ, καὶ πάλιν διὰ τοῦ α, ὁποτέρα τῶν γλ βμ, παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. (Ἀπόδειξις.)



Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ γθ παραπλήρωμα τῷ θζ, παραπληρώματι: κοινὸν προσκείσθω τὸ δμ. ὅλον ἄρα τὸ γμ, ὅλῳ τῷ δζ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ γμ, τῷ αλ ἴσον ἐστίν. ἐπεὶ καὶ ἡ αγ, τῇ γβ ἴση ἐστί: καὶ τὸ αλ ἄρα, τῷ δζ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω τὸ γθ. ὅλον ἄρα τὸ αθ, τῷ δζ, καὶ δλ ἴσον ἐστί. ἀλλὰ τὸ μὲν αθ, τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ ἴσον ἐστίν. ἴση γὰρ ἡ δθ, τῇ δβ, τὸ δὲ ζδ, δλ, ἐστὶν ὁ μνξ γνώμων, καὶ ὁ μνξ ἄρα γνώμων, ἴσος

contentum, cum quadrato à linea γδ descripto, sit æquale quadrato à recta γϐ descripto. (Delineatio.) Describatur à recta linea βγ quadratum γεζϐ: & fiat linea βε: atq; per punctum δ vtriq; rectæ γε, ϐζ, ducetur æquedistans recta δη per punctũ etiam θ, vtriq; rectæ γϐ, εζ, æquedistans ducatur recta κμ: item per punctum α, rectis γλ, ϐμ æquedistans ducatur recta ακ. (Demonstratio.) Cum itaq; supplementum γθ, supplemento θζ æquale sit: commune addatur parallelogrammon δμ. totum igitur γμ, toto δζ erit æquale. sed γμ rectangulum æquale est rectangulo αλ, quia αγ recta, æqualis est rectæ γβ, & idcirco αλ rectangulum, erit æquale rectangulo δζ. commune addatur γθ. totum igitur rectangulum αθ, æquale est rectangulis δζ, δλ: sed rectangulum αθ, est ei quod continetur rectis αδ, δβ æquale. quia recta δθ, rectæ δβ æqualis, & ζδ, δλ, efficiunt gnomonem μνξ. quare μνξ gnomon, æqualis est

ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδ, δβ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη. ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς γδ. ὁ ἄρα μνξ γνώμων, καὶ τὸ λη ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ μνξ γνώμων, καὶ τὸ λη: ὅλον ἐστὶ τὸ γεζβ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Εὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῆ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Εὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῆ δίχα, προστεθῆ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας: τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας,

καὶ τῆς

rectangulo αδ,δβ rectis contento. Commune addatur λη, quod æquale est quadrato à recta γδ descripto. itaq; μνξ gnomon, & λη quadratum, æqualia sunt rectangulo αδ,δβ rectis contento, & quadrato à recta γδ descripto. verum μνξ gnomon, & quadratum λη: faciunt ac constituunt totum quadratum γεζϐ, quod est quadratum à recta γϐ descriptum. Quare rectangulum αδ, δβ rectis contentum, cum quadrato à γδ descripto: æquale est quadrato à recta γϐ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea fuerit secta in partes æquales, & in partes inæquales: rectangulum quod segmentis continetur inæqualibus totius lineæ rectæ, cum quadrato eius lineæ, quæ est inter segmenta, æquale est quadrato dimidiæ lineæ rectæ. Id quod erat demonstrandum.

Propositio VI. Theorema.

SI recta linea in duas partes æquales secta fuerit: & ei addatur alia quædam recta linea è directo: tum rectangulum quod tota & addita linea recta continetur cum quadrato à dimidia linea recta descripto: est æquale qua

αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ θζ, γκ, αη, ηε, ὅλον ἐστὶν τὸ αδεβ, ὅ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἑτέρα δεῖξις.

Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Κατασ.) ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βα, τῇ αδ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβδ, τῇ ὑπὸ αδβ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου, αἱ τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. τοῦ αβδ ἄρα τριγώνου

αη, ηε, æqualia ſunt quadratis à rectis αγ, ϐγ deſcriptis: & rectangulo quod bis continetur rectis αγ, γϐ. ſed quatuor iſta θζ, γκ, αη, ηε, faciunt totum αδεϐ quadratum à recta linea αβ deſcriptum. quadratum igitur à linea recta αϐ deſcriptum, æquale eſt quadratis à rectis αγ, γϐ deſcriptis: & rectangulo quod rectis αγ, γβ bis continetur. (Concluſio.) Si ergo recta linea ſecta vtcunq; fuerit, quadratum à tota deſcriptum, æquale eſt quadratis ab ipſis ſegmentis deſcriptis, & rectangulo bis ipſis ſegmentis contento. Id quod erat demonſtrandum.

Alia demonſtratio.

Explicatio quæſiti.) Dico ꝙ quadratum à recta linea αϐ deſcriptũ, æquale ſit quadratis à rectis αγ, γϐ deſcriptis, & rectangulo quod αγ, ϐγ rectis bis continetur. (Delin.) Delineatio maneat eadẽ. (Demonſtratio.) Quoniam ϐα recta, æqualis eſt rectæ αδ: idcirco et angulus αϐδ, angulo αδϐ æqualis eſt: & cùm in omni triangulo, tres anguli ſint æquales duobus rectis: ideo trianguli αϐδ, tres

angu-

γώνου αἱ τρεῖς γωνίαι, αἱ ὑπὸ αβδ, αδβ, βαδ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαδ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αβδ, αδβ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί, καί εἰσιν ἴσαι. ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ αβδ, αδβ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βγη, ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τὸ α. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ γωνία, τῇ ὑπὸ γβη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ, τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν γβ, τῇ κη ἐστὶν ἴση: ἡ δὲ γη, τῇ βκ. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ, ἔχει δὲ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ γβκ γωνίαν. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ, καί ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ τὸ ζθ τετράγωνόν ἐστι. καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα γκ, θζ τετράγωνά ἐστι. καί ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ, καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τῷ αη τῷ εη: καί ἐστι τὸ αη τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ γη, τῇ γβ: καὶ τὸ εη ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. τὰ ἄρα αη, ηε, ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ: ἐστὶ δὲ καὶ τὰ γκ, θζ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ, τὰ ἄρα γκ, θζ, αη, ηε

ἴσα

anguli αϐδ, αδϐ, ϐαδ duobus rectis sunt æquales, sed angulus ϐαδ est rectus: reliqui ergo αϐδ, αδϐ vni angulo recto sunt æquales. vterq; igitur angulorum αϐδ, αδϐ dimidia est pars recti: sed angulus ϐγη est rectus, quia angulo ad α sibi opposito æqualis est: reliquus ergo angulus γηϐ dimidia pars recti est. quare angulus γηϐ, angulo γϐη est æqualis. vnde & latus ϐγ, lateri γη est æquale. sed γϐ latus est æquale lateri κη: et latus γη, lateri ϐκ. erit igitur figura γκ æquilatera: sed angulus γϐκ est rectus: figura igitur γκ est quadratũ, & descriptum est à recta γϐ. Iisdẽ medijs demonstrabitur, quod ζθ sit quadratum: & æquale quadrato, à recta αγ descripto. figuræ igitur γκ, θζ sunt quadrata: & sunt æqualia quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis. Cum autem rectangulum αη sit æquale rectãgulo ηε, & rectangulũ αη sit illud quod cõtinetur rectis αγ, γϐ: nam γη est æqualis rectæ γϐ: idcirco & εη rectangulum erit æquale rectangulo αγ, γϐ rectis cõtento. quare rectãgula αη, ηε sunt æqualia rectãgulo quod αγ, ϐγ rectis

ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ: ἀλλὰ τὰ γκ, θζ: καὶ τὰ αη, ηε. ὅλον ἐστὶ τὸ αε, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον. (Συμπέρασμα.) Τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. (Πόρισμα.) Ἐκ δὴ τούτων φανερὸν ἐστιν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις: τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, τετράγωνα ἐστί.

Πρότασις ε. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλοις τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ. (Διορισμὸς.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ

περιε-

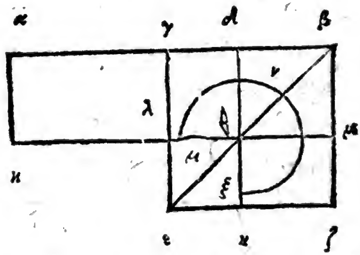
bis continetur: sed figuræ γκ, θζ, sunt æqualia quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis. Hæ igitur quatuor figuræ γκ, θζ, αη, ηε, sunt æquales quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis, & rectangulo quod αγ, γϐ rectis bis continetur: verum γκ, θζ, αη, ηε figuræ: constituunt totũ quadratum αε, à recta linea αϐ descriptum. (Conclusio.) Quadratum igitur à recta linea αϐ descriptum: æquale est quadratis à rectis αγ, γϐ descriptis, et rectãgulo quod rectis αγ, γϐ bis continetur. Id quod demonstrandum erat. (Corollarium.) Ex his manifestum est, quod in quadratis figuris, parallelogramma quæ circa diametron sunt, sint quadrata.

Propositio V. Theorema.

SI recta linea in ęqualia & in inæqualia fuerit secta: rectangulum quod segmentis cõtinetur inæqualibus, cum quadrato quod à linea inter ipsa segmẽta posita describit: ęquale est quadrato à dimidia linea descripto.

Explicatio dati.) Recta enim linea αϐ, secetur in partes æquales in puncto γ, & in partes inæquales in pũcto δ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis αδ, δϐ

περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον τὸ γεζβ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε, καὶ διὰ μὲν τοῦ δ, ὁποτέρα



τῶν γε, βζ παράλληλος ἤχθω ἡ δη. διὰ δὲ τοῦ θ. ὁποτέρα τῶν γβ, εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ, καὶ πάλιν διὰ τοῦ α, ὁποτέρα τῶν γλ βμ, παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ γθ παραπλήρωμα τῷ θζ, παραπληρώματι: κοινὸν προσκείσθω τὸ δμ. ὅλον ἄρα τὸ γμ, ὅλῳ τῷ δζ ἴσον ἐστὶν. ἀλλὰ τὸ γμ, τῷ αλ ἴσον ἐστίν. ἐπεὶ καὶ ἡ αγ, τῇ γβ ἴση ἐστί: καὶ τὸ αλ ἄρα, τῷ δζ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω τὸ γθ. ὅλον ἄρα τὸ αθ, τῷ δζ, καὶ δλ ἴσον ἐστί. ἀλλὰ τὸ μὲν αθ, τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ ἴσον ἐστὶν. ἴση γὰρ ἡ δθ, τῇ δβ, τὸ δὲ ζδ, δλ, ἐστὶν ὁ μνξ γνώμων, καὶ ὁ μνξ ἄρα γνώμων, ἴσος

contentum, cum quadrato à linea $\gamma\delta$ descripto, sit æquale quadrato à recta $\gamma\beta$ descripto. (Delineatio.) Describatur à recta linea $\beta\gamma$ quadratum $\gamma\epsilon\zeta\beta$: & fiat linea $\beta\epsilon$: atq; per punctum δ vtriq; rectæ $\gamma\epsilon$, $\beta\zeta$, ducetur æquedistans recta $\delta\eta$ per punctũ etiam θ, vtriq; rectæ $\gamma\beta$, $\epsilon\zeta$, æquedistans ducatur recta $\kappa\mu$: item per punctum α, rectis $\gamma\lambda$, $\beta\mu$ æquedistans ducatur recta $\alpha\kappa$. (Demonstratio.) Cum itaq; supplementum $\gamma\theta$, supplemento $\theta\zeta$ æquale sit: commune addatur parallelogrammon $\delta\mu$. totum igitur $\gamma\mu$, toto $\delta\zeta$ erit æquale. sed $\gamma\mu$ rectangulum æquale est rectangulo $\alpha\lambda$, quia $\alpha\gamma$ recta, æqualis est rectæ $\gamma\beta$, & idcirco $\alpha\lambda$ rectangulum, erit æquale rectangulo $\delta\zeta$. commune addatur $\gamma\theta$. totum igitur rectangulum $\alpha\theta$, æquale est rectangulis $\delta\zeta$, $\delta\lambda$: sed rectangulum $\alpha\theta$, est ei quod continetur rectis $\alpha\delta$, $\delta\beta$ æquale. quia recta $\delta\theta$, rectæ $\delta\beta$ æqualis, & $\zeta\delta$, $\delta\lambda$, efficiunt gnomonem $\mu\nu\xi$. quare $\mu\nu\xi$ gnomon, æqualis est

ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδ, δβ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη. ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς γδ. ὁ ἄρα μνξ γνώμων, καὶ τὸ λη ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ μνξ γνώμων, καὶ τὸ λη: ὅλον ἐστὶ τὸ γεζβ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ς. θεώρημα.

ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας: τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας,

ϗ τῆς

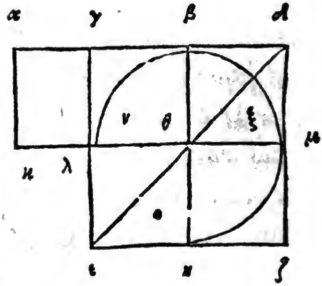
rectangulo αδ,δβ rectis contento. Commune addatur λη, quod æquale est quadrato à recta γδ descripto. itaq; μνξ gnomon, & λη quadratum, æqualia sunt rectangulo αδ,δβ rectis contento, & quadrato à recta γδ descripto. verum μνξ gnomon, & quadratum λη: faciunt ac constituunt totum quadratum γεζϐ, quod est quadratum à recta γϐ descriptum. Quare rectangulum αδ, δβ rectis contentum, cum quadrato à γδ descripto: æquale est quadrato à recta γϐ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea fuerit secta in partes æquales, & in partes inæquales: rectangulum quod segmentis continetur inæqualibus totius lineæ rectæ, cum quadrato eius lineæ, quæ est inter segmenta, æquale est quadrato dimidiæ lineæ rectæ. Id quod erat demonstrandum.

Propositio VI. Theorema.

SI recta linea in duas partes æquales secta fuerit: & ei addatur alia quædam recta linea è directo: tum rectangulum quod tota & addita linea recta continetur cum quadrato à dimidia linea recta descripto: est æquale qua

καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γὰρ τῆς ἡ αβ, τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ σημεῖον: προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα, ἐπ' εὐθείας ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ.



(Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς γδ τετράγωνον τὸ γεζδ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε: καὶ διὰ μὲν τοῦ β σημείου, ὁποτέρα τῶν εγ, δζ, παράλληλος ἤχθω ἡ βη: διὰ δὲ τοῦ θ σημείου, ὁποτέρα τῶν αβ, εζ παράλληλος ἤχθω ἡ κμ. καὶ ἔτι διὰ τοῦ α ὁποτέρα τῶν γλ, δμ παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γβ: ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αλ, τῷ γθ. ἀλλὰ καὶ τὸ γθ τῷ θζ, ἴσον ἐστί: καὶ τὸ αλ ἄρα τῷ θζ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω

τὸ γμ

drato à linea composita ex dimidia, & adiecta, ac si esset vna tantum linea recta, descripto.

Explicatio dati.) Recta enim linea αϐ, secetur in duas æquales partes in puncto γ: & ei è directo adijciatur recta quædam linea βδ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis αδ, δβ contentum cum quadrato à recta γβ descripto: æquale sit quadrato à recta γδ descripto. (Delineatio) Describatur enim à recta linea γδ, quadratum γεζδ: & ducatur linea recta δε: atq; per punctum β, vtriq; lineæ rectæ εγ, δζ, ducatur æquedistans recta βη: item per punctum θ, vtriq; rectæ αϐ, εζ, ducatur æquedistans recta κμ: deniq; per punctum α vtriq; rectæ γλ, δμ æquedistans ducatur recta ακ. (Demonstratio.) Quoniam nunc recta αγ, æqualis est rectæ γβ: erit etiam rectangulum αλ, rectangulo γθ æquale, sed γθ est æquale θζ, ergo & αλ rectangulum erit æquale rectangulo θζ. Commune addatur rectan-

 gulum

τὸ γμ. ὅλον ἄρα τὸ αμ, τῷ νξο γνώμονι ἐστὶν ἴσον. ἀλλὰ τὸ αμ, ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αδ, δβ. ἴση γάρ ἐστιν ἡ δμ, τῇ δβ: καὶ ὁ νξο γνώμων, ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γδ, δβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ λη, ὅ ἐστιν ἴσον, τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ νξο γνώμονι καὶ τῷ λη. ἀλλ' ὁ νξο γνώμων, καὶ τὸ λη, ὅλον ἐστὶ τὸ γεζδ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γδ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ, δβ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας: τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

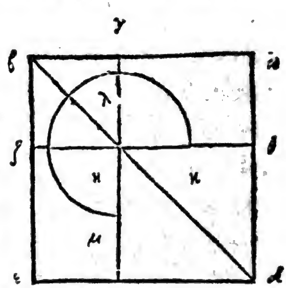
gulum γμ. totum igitur rectangulum αμ, erit νξο gnomoni æquale: sed αμ est rectangulum quod αδ, δϐ rectis continetur. quia δμ recta est æqualis rectæ δβ: ideo & νξο gnomon, æqualis est rectangulo quod rectis αδ, δϐ continetur. commune addatur rectangulum λη, quod æquale est quadrato à recta γϐ descripto. ergo rectangulum αδ, δβ rectis contentum cum quadrato quod à recta βγ describitur, est æquale νξο gnomoni, & rectangulo λη. verum νξο gnomon, & rectangulum λη: constituunt totum quadratum γεζδ, quod est descriptum à recta γδ. rectangulum igitur αδ, δϐ, rectis contentum, cum quadrato à recta ϐγ descripto, æquale est quadrato à recta γδ descripto. (Cõclũsio.) Si igitur recta linea secta fuerit in duas partes æquales, eiq; addatur è directo linea quædam recta, rectangulum quod tota recta cum ipsa adiecta, & ipsa linea adiecta continetur: cum quadrato quod à dimidia linea recta describitur: æquale est quadrato, quod à linea composita ex dimidia & adiecta, & ipsa adiecta tanquam vna esset linea describitur. quod erat demonstrandum.

Propo-

Πρότασις ζ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ᾽ ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἐκθεσις,) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, τὸ αδεβ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη, τῷ ηε. κοινὸν προσκείσθω τὸ γζ. ὅλον ἄρα τὸ αζ, ὅλῳ τῷ γε ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα αζ, γε διπλάσια ἐστὶ τοῦ αζ. ἀλλὰ τὰ αζ, γε, ὁ κλμ ἐστὶ γνώμων,



καὶ

Propositio VII. Theorema.

SI recta linea secta vtcunque fuerit: quadratum quod à tota, & alterum quod à segmento describitur: ista duo inquam quadrata æqualia sunt, rectangulo quod tota linea recta, & prædicto segmento bis continetur: & quadrato reliqui segmenti.

Explicatio dati.) Recta enim linea αβ secetur vtcunq; in puncto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadrata à rectis αβ, βγ descripta, sint æqualia rectangulo quod αβ, βγ rectis bis continetur, & quadrato à recta αγ descripto. (Delineatio.) Describatur enim à recta αβ quadratum αδεβ, & perficiatur integra delineatio figuræ. (Demonstratio.) Quoniam rectangulum αη, æquale est rectangulo ηε: commune addatur rectangulum γζ, totum igitur αζ, toti γε est æquale. quare αζ, γε rectangula dupla sunt rectanguli αζ. sed rectangula αζ, γε, faciunt κλμ, gnomonem,

καὶ τὸ γζ τετράγωνον. ὁ κλμ ἄρα γνώμων, καὶ τὸ γζ, διπλάσια ἐστὶ τοῦ αζ. ἐστὶ δὲ τοῦ αζ διπλάσιον, καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ, ἴση γὰρ ἡ βζ, τῇ βγ. ὁ ἄρα κλμ γνώμων, καὶ τὸ γζ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ. κοινὸν προσκείσθω τὸ δη, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αγ τετράγωνον. ὁ ἄρα κλμ γνώμων, καὶ τὰ βη, ηδ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. ἀλλ᾽ ὁ κλμ γνώμων, καὶ τὰ βη, ηδ τετράγωνα, ὅλον ἐστὶ τὸ αδεβ, καὶ τὸ γζ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ᾽ ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

nem, & quadratum à recta $\gamma\zeta$ descriptum. Ergo $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & $\gamma\zeta$ quadratum sunt dupla rectanguli $\alpha\zeta$. verum rectanguli $\alpha\zeta$ duplum est rectangulum quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur: quia $\beta\zeta$ recta, æqualis est rectæ $\beta\gamma$. quare $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & quadratum $\gamma\zeta$, sunt æqualia rectangulo quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur. cõmune addatur $\delta\eta$, quod est quadratum à recta $\alpha\gamma$ descriptum. gnomon igitur $\kappa\lambda\mu$, & $\beta\eta$, $\eta\delta$ quadrata æqualia sunt rectangulo, quod rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis continetur, & quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto. Verũ $\kappa\lambda\mu$ gnomon, & $\beta\eta$, $\eta\delta$ quadrata, totum constituunt $\alpha\delta\epsilon\beta$, & $\gamma\zeta$, quæ sunt duo quadrata, à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descripta. Quare quadrata à rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ descripta, æqualia sunt rectangulo rectis $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ bis cõtento, vnà cum quadrato à recta $\alpha\gamma$ descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea vtcunq; fuerit secta, quadratum à tota descriptum, & quadratum alterius segmenti, hæc duo inquam quadrata addita, æqualia sunt rectangulo quod tota & prædicto segmento continetur, & quadrato à reliquo segmento descripto. Id q; demonstrandũ erat.

Πρότασις η. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

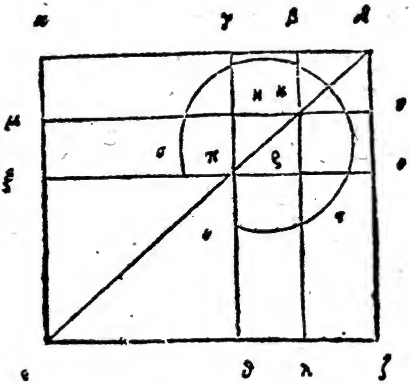
(Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ, βγ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας τῇ αβ, εὐθεῖα ἡ βδ: καὶ κείσθω τῇ γβ, ἴση ἡ βδ: καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αδ, τετράγωνον τὸ αεζδ: καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ γβ τῇ βδ, ἀλλ' ἡ μὲν βγ τῇ ηκ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ βδ, τῇ κν, καὶ ἡ ηκ τῇ κν ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ πρ, τῇ ρο ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν βγ, τῇ βδ, ἡ δὲ ηκ, τῇ κν, ἴσον ἄρα ἐστὶ

τὸ μὲν

Propositio VIII. Theorema.

SI recta linea secta vtcunque fuerit rectangulum, quod tota linea, & altero segmento quater continetur, cum quadrato à reliquo segmento descripto: æquale est quadrato quod à tota & prædicto segmento tanquam vna esset linea recta, describitur.

Explicatio dati.) Recta enim linea αβ, secetur vtcunque in pūcto γ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod rectangulum rectis αβ, βγ quater contentum, cum quadrato à recta αγ descripto, æquale est quadrato à rectis αβ, βγ, tanquam ab vna linea descripto. (Delineatio.) Nam recta βδ producatur ἐπ' εὐθείας rectæ αβ: & fiat rectæ γβ, æqualis recta ϐδ, & à recta αδ describatur quadratum αεζδ: & ipsa figura duplicata delineatiōe describatur. (Demōstratio.) Quoniā recta γβ, æqualis est rectæ ϐδ: & recta γϐ æqualis rectæ ηκ: atque recta βδ, æqualis rectæ κν: idcirco etiam ηκ æqualis est rectæ κν. Eadem ratione etiam πϱ recta, æqualis est rectæ ϱο. cum verò βγ æqualis sit rectæ βδ, & recta ηκ, rectæ κν: idcirco etiam rectangulum γκ, æquale est



τὸ μὲν γκ, τῷ κδ· τὸ δὲ ηρ τῷ ρν, ἀλλὰ τὸ γκ τῷ ρν ἐστὶν ἴσον. παραπληρώματα γὰρ τοῦ γο παραλληλογράμμου. καὶ τὸ αδ ἄρα τῷ νρ ἐστὶν ἴσον. τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ δκ, γκ, ηρ, ρν· ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. τὰ τέσσαρα ἄρα, τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ γκ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ γβ, τῇ βδ· ἀλλ' ἡ μὲν βδ, τῇ βκ· τουτέστι τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ γβ, τῇ ηκ, τουτέστι τῇ ηπ ἴση ἐστί, καὶ ἡ γη ἄρα, τῇ ηπ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν γη, τῇ ηπ, ἡ δὲ πρ, τῇ ρο, ἴσον ἐστί, καὶ τὸ μὲν αη, τῷ μπ, τὸ δὲ πλ τῷ ρζ. ἀλλὰ τὸ μπ, τῷ πλ ἐστὶν ἴσον. παραπληρώματα γὰρ τοῦ μλ παραλληλογράμμου. καὶ τὸ αη ἄρα τῷ ρζ ἴσον ἐστί.

τὰ τέσ-

In numeris sic:

Sit αβ, 8. diuisa ὡς ἔτυχε in αγ, 6. & γβ. 2. Rectangulum quater contentũ rectis αβ, βγ sit 64. quadratum αγ, sit 36. adde, sunt 100. Quadratum verò à rectis αβ, βγ descriptum, ac si esset vna linea, nempe 10. est quad: 100.

	64. Rect:	10.
	36. Quad:	10.
	100.	100. quad:

le est rectangulo κδ: & rectangulum ηϛ, rectangulo ϱν: sed rectangulum γκ etiam est æquale rectangulo ϱν. quia sunt supplementa parallelogrammi γο. quare κδ etiam est æquale ϱν. quatuor igitur hæc δκ, γκ, ηϛ, ϱν, inter se sunt æqualia, & idcirco ipsius γκ quadrupla. rursus quoniam γβ, æqualis est rectæ βδ: verum βδ æqualis est βκ: hoc est γη, & γβ æqualis ηκ, hoc est ηϖ: ergo & γη æqualis est rectæ ηϖ: & quia γη, æqualis est rectæ ηϖ: ϖϛ verò rectæ ϱο, ideo & αη rectangulum, rectangulo μϖ est æquale: & ϖλ rectangulum, rectangulo ϱζ. verum μϖ rectangulum, æquale est rectangulo ϖλ, quia sunt supplementa parallelogrammi μλ. Ergo & rectangulum αη, rectangulo ϱζ est

τὰ τέσσαρα ἄρα, τὰ αη, μπ, πλ, ρζ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. τὰ τέσσαρα ἄρα, τοῦ αη ἐστὶ τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ γκ, κδ, ηρ, ρν, τοῦ γκ τετραπλάσια. τὰ ἄρα ὀκτὼ ἃ περιέχει τὸν στυ γνώμονα, τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ αχ. καὶ ἐπεὶ τὸ αχ, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βδ ἐστίν. ἴση γὰρ καὶ ἡ βκ, τῇ βδ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ αχ. ἐδείχθη δὲ τοῦ αχ τετραπλάσιος, καὶ ὁ στυ γνώμων. τὰ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ ἴσα ἐστὶ, τῷ στυ γνώμονι. κοινὸν προσκείσθω τὸ ξθ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ στυ γνώμονι, καὶ τῷ ξθ. ἀλλ' ὁ στυ γνώμων, καὶ τὸ ξθ, ὅλον ἐστὶ τὸ αεζδ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αδ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιων, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς αδ. τοῦτ' ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ, καὶ βγ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

(Συμ-

æquale. quatuor igitur hæc αη, μϖ, ϖλ, ρζ, sunt inter se æqualia, & idcirco rectanguli αη quadrupla. Verum demonstratum est rectangula γκ, κδ, ηρ, ρυ esse quadrupla rectanguli γκ. quare octo ista quæ στυ gnomoni sunt cōtenta, sunt etiã quadrupla rectanguli ακ. & cum rectangulum ακ, sit id quod αϐ, ϐδ rectis cōtinetur, quia recta ϐκ, æqualis est rectæ ϐδ. quare quod quater continetur rectis αϐ, ϐδ, quadruplum est rectanguli ακ. sed rectanguli ακ, demonstratus est gnomō στυ quadruplus. quare rectangula quæ rectis αβ, βδ quater continentur, sunt æqualia στυ gnomoni. commune addatur ξθ, quod est æquale quadrato à recta αγ descripto. rectangulum igitur rectis αϐ, ϐδ quater contentum: cum quadrato à recta αγ descripto: æquale est στυ gnomoni, & ξθ: verum στυ gnomon, & ξθ, constituunt totum quadratũ à recta αδ descriptum. rectangulum igitur quod rectis αϐ, ϐγ quater continetur, cum quadrato à recta αγ descripto, est æquale quadrato à recta αδ descripto, hoc est quadrato à rectis αϐ, ϐγ, tanquam

(Συμπέρασμα.) Εὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε: τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις θ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

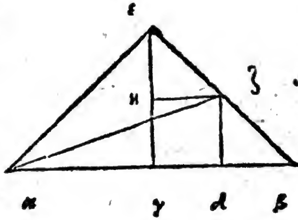
Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ $\overline{αβ}$ τετμήσθω, εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ: εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν $\overline{αδ}$, δβ τετράγωνα, διπλάσια ἐστὶ, τῶν ἀπὸ τῶν $\overline{αγ}$, $\overline{γδ}$ τετραγώνων. (Κατασκευή.) Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ $\overline{γ}$, τῇ $\overline{αβ}$ πρὸς ὀρθὰς ἡ γε: καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ, τῶν $\overline{αγ}$, γβ: καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εα, εβ: καὶ διὰ μὲν τοῦ δ, τῇ $\overline{εγ}$ παράλληλος

esset vna linea descripto. (Conclusio.) Si igitur recta linea vtcunque fuerit secta: rectangulum quod à tota linea, & vno segmento continetur, cum quadrato à reliquo segmẽto descripto: æquale est quadrato à tota & prædicto segmento, tanquam esset vna linea recta descripto. quod erat demonstrandum.

Propositio IX. Theorema.

SI recta Linea fuerit secta in ęqualia, & in inæqualia: quadrata à segmentis inæqualibus totius lineæ rectę descripta, dupla sunt quadrati à dimidia descripti, & quadrati eius lineæ, quæ intra ipsas comprehenditur sectiones.

Explicatio dati.) Recta enim linea αϐ secetur in æqualia in puncto γ, & in inæqualia in puncto δ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadrata à rectis αδ, δϐ descripta, dupla sint quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. (Delineatio.) Ducatur à puncto γ, rectæ αβ ad angulos rectos, linea recta γε: vtrique rectarum αγ, γβ fiat γε æqualis: atque ducantur lineæ rectæ εα, εϐ: item per pũctum δ, rectæ εγ



λος ἤχθω ἡ δζ: διὰ δὲ τοῦ ζ, τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ ζη: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αζ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε. ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ εαγ γωνία, τῇ ὑπὸ αεγ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ γ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αεγ, εαγ, μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν. ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ αεγ, εαγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γεβ, εβγ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ αεβ, ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ηεζ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ εηζ: ἴση γὰρ ἐστὶ τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, τῇ ὑπὸ εγβ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ εζη, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ηεζ γωνία, τῇ ὑπὸ εζη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ εη, πλευρᾷ τῇ ζη ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ β γωνία, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ζδβ. ἴση γὰρ πάλιν ἐστὶν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ εγβ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ βζδ, ἡμίσεια ἐστὶν ὀρθῆς.

ἴση

ducatur æquedistans recta δζ: per punctum etiam ζ, rectæ αϐ æquedistans ducatur recta ζη: & postremo fiat recta αζ. (Demõstratio.) Cum itaq; recta αγ, rectæ γε sit æqualis, etiã angulus εαγ, angulo αεγ æqualis erit, sed angulus ad punctum γ est rectus, reliqui igitur anguli αεγ, εαγ vni angulo recto sunt æquales. vterq; igitur angulorum αεγ, εαγ: dimidia est recti anguli pars. per eadem demonstrabitur, quod vterq; angulorum γεβ, εβγ dimidia sit recti pars. totus igitur angulus αεϐ est rectus, et quia angulus ηεζ dimidia est pars anguli recti, angulus verò εηζ rect⁹, quia εγϐ angulo interno sibi opposito æqualis est, idcirco reliquus angulus εζη, etiam est dimidia recti pars. quare angulus ηεζ, æqualis est angulo εζη: vnde etiam latus εη, lateri ζη est æquale. rursus quoniam angulus ad punctum β dimidia est recti pars, & angulus ζδβ rectus. quia iterum angulo εγβ interno sibi opposito est æqualis. reliquus igitur angulus ϐζδ dimidia recti pars erit. quare etiam an-

ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ β γωνία, τῇ ὑπὸ δζβ.
ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ δζ, πλευρᾷ τῇ δβ ἐστὶν ἴση.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ
ἀπὸ τῆς αγ, τῷ ἀπὸ τῆς γε. τὰ ἄρα ἀπὸ
τῶν αγ, γε τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀ-
πὸ τῆς αγ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αγ, γε, ἴσον ἐστὶ
τὸ ἀπὸ τῆς εα τετράγωνον. ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ
αγε γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εα, διπλάσιόν
ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ εη,
τῇ ηζ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εη, τῷ ἀπὸ τῆς
ηζ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν εη, ηζ τετράγωνα, δι-
πλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ τετραγώνου. τοῖς
δὲ ἀπὸ τῶν εη, ηζ τετραγώνοις, ἴσον ἐστὶ τῷ
ἀπὸ τῆς εζ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εζ τετράγωνον,
διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ηζ. ἴση δὲ ἡ ηζ, τῇ
γδ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εζ διπλάσιον ἐστὶ τοῦ
ἀπὸ τῆς γδ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αε,
διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ἀπὸ
τῶν αε, εζ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τῶν
ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ
τῶν αε, εζ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αζ τετράγω-
νον. ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ αεζ γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ
τῆς αζ τετράγωνον, διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ

τῶν

gulus qui est ad punctum β, angulo δζβ est æqualis. vnde & latus δζ, lateri δβ est æquale. & quia recta αγ, æqualis est rectæ γε: idcirco & quadratum à recta αγ descriptũ, æquale etiã est quadrato à recta γε descripto. quadrata igitur à rectis αγ, γε descripta dupla sunt quadrati αγ: verum quadratis à lineis rectis αγ, γε descriptis æquale est quadratum à recta εα descriptũ: quia angulus αγε est rectus. quadratum igitur ab αε descriptum, duplũ est quadrati à recta αγ descripti. Rursus quoniam recta εη æqualis est rectæ ηζ: idcirco & quadratum à recta εη descriptum, æquale est quadrato à recta ηζ descripto. Ergo quadrata à rectis εη, ηζ descripta dupla sunt, quadrati ab εζ recta descripti: sed quadratis, quæ à rectis εη, ηζ describuntur, æquale est quadratum à recta εζ descriptum. Ergo quadratum à recta εζ descriptum, duplum est quadrati à recta ηζ descripti. sed ηζ æqualis est rectæ γδ. quare quadratum à recta εζ descriptum, duplum est quadrati à recta γδ descripti. sed & quadratum à recta αε descriptum, duplum etiam est quadrati à recta αγ descripti. quadrata igitur à rectis αε, εζ descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum: sed illis quadratis αε, εζ, æquale est quadratum à recta αζ descriptum: quia angulus αεζ est rectus. quare quadratum à recta αζ descriptum: duplum est quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. huic autẽ quadrato αζ, æqua-

τῶν αγ, γδ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς αζ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δζ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ δ γωνία. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δζ, διπλάσια ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ δζ, τῇ δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ, τετραγώνων. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα· τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα· διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ι. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα· διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Ἔκθεσις.) Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω δίχα

æqualia ſunt quadrata à rectis αδ, δζ deſcripta. quia angulus ad punctum δ, eſt rectus. quadrata igitur à rectis αδ, δζ deſcripta, dupla ſunt quadratorum à rectis αγ, γδ deſcriptorū: ſed δζ æqualis eſt rectæ δϐ. Ergo quadrata à rectis αδ, δϐ deſcripta, dupla ſunt quadratorum à rectis αγ, γδ deſcriptorum. (Concluſio.) Si igitur linea recta fuerit in æqualia & in inæqualia diſſecta, quadrata à ſegmentis totius lineæ rectæ inæqualibus deſcripta: dupla ſunt quadrati à dimidia deſcripti, et quadrati lineæ rectæ inter ſegmenta incluſæ. id quod demonſtrandum erat.

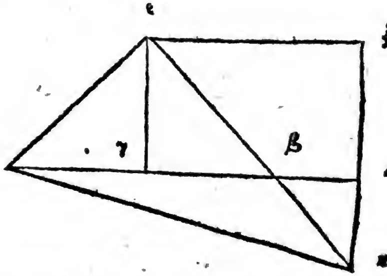
Propoſitio X. Theorema.

SI recta linea diſſecta fuerit in partes duas æquales, & adĳciatur ei recta quædam linea è directo: tum quadratum quod à tota cum adiecta deſcribitur, & quadratum ab adiecta deſcriptum, hæc duo quadrata coniuncta, dupla ſunt quadrati à dimidia linea deſcripti, & quadrati à recta ex dimidia & adiecta compoſita, tanquam eſſet vna linea recta deſcripti.

Explic. dati.) Recta enim quædā linea αϐ

ſecetur

δίχα κατὰ τὸ γ, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. (Κατασκευή.) Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ γ σημείου τῇ αβ, πρὸς ὀρθὰς ἡ γε: καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν αγ, γβ: καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αε, γβ: καὶ διὰ μὲν τοῦ ε, τῇ αδ παράλληλος ἤχθω ἡ εζ. διὰ δὲ τοῦ δ, τῇ γε παράλληλος ἤχθω ἡ δζ.



(Ἀπόδειξις τῆς κατασκευῆς.) Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας, τὰς εγ, ζδ: εὐθεῖα τίς ἐνέπεσεν ἡ εζ: αἱ ὑπὸ γεζ, εζδ ἄρα δύσιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. αἱ ἄρα ὑπὸ ζεβ, εζδ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν. αἱ ἄρα εβ, ζδ ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ βδ μέρη συμπεσοῦνται. ἐκβεβλή-

secetur in duas partes æquales in puncto γ: & adijciatur ei ἐπ' εὐθείας recta quædam βδ. (Explicatio quæsiti.) dico quod quadrata à rectis αδ, δβ descripta, dupla sint quadratorum à rectis αδ, γδ descriptorum. (Delineatio.) Ducatur enim à puncto γ, rectæ αβ ad angulos rectos linea recta γε: & fiat vtrique rectarum αγ, γβ æqualis: atque ducantur lineæ rectæ αε, γβ: item per punctum ε, rectæ αδ ducatur æquedistans recta εζ: item per punctum δ, rectæ γε æquedistans ducatur recta δζ. (Demonstratio iam factæ delineationis.) Et quia in lineas rectas æquedistantes εγ, ζδ: incidit quædam recta εζ: anguli igitur γεζ, εζδ duobus rectis sunt æquales. atque idcirco anguli ζεβ, εζδ duobus rectis minores. quæ verò rectæ angulos duob. rectis minores faciunt si, protractæ fuerint, concurrent. rectæ igitur εβ, ζδ, protractæ in partibus β & δ concurrent: protrahantur

βεβλήσθωσαν, καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ η: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αη. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ αγ, τῇ γε, ἴση ἐστὶν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αεγ, τῇ ὑπὸ εαγ. καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ γ. ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστὶν, ἑκατέρα τῶν ὑπὸ εαγ, αεγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γεβ, εβγ, ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστὶν. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεβ. καὶ ἐπεὶ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστὶν ἡ ὑπὸ εβγ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ δβη. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ βδη ὀρθή. ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ δγε, ἐναλλὰξ γάρ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δηβ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἡ ἄρα ὑπὸ δηβ, τῇ ὑπὸ δβη ἐστὶν ἴση. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βδ, πλευρᾷ τῇ ηδ ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ εηζ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ ζ. ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ γ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ζεη, ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ εηζ γωνία, τῇ ὑπὸ ζεη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ηζ, πλευρᾷ τῇ εζ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ εγ τῇ γα, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εγ τετράγωνον, τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν εγ, γα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ

ἀπὸ

hantur, & concurrant in puncto η: & fiat linea recta αη. (Demonstratio.) Quia recta αγ, æqualis est rectæ γε, angulus idcirco αεγ, etiam est æqualis angulo εαγ, & angulus ad punctũ γ est rectus. quare dimidia recti pars est vterq; angulorum εαγ, αεγ. Per eadem etiam demonstrabitur, quod vterq; angulorũ γεβ, εβγ dimidia recti pars sit. quare angulus αεβ, est rectus, & quia angulus εβγ, dimidia recti pars est: etiã angulus δζη dimidia recti pars erit: sed angulus ζδη est rectus, quia angulo δγε est æqualis. cum sint permutati: reliquus igitur angulus δηβ dimidia pars recti est. quare angulus δηζ, angulo δζη est æqualis. vnde & latus βδ, lateri αδ, est æquale. Rursus quoniam angulus εηζ, dimidia pars recti est, & angulus ad punctum ζ rectus: quia angulo sibi opposito ad punctum γ est æqualis. reliquus igitur angulus ζεη dimidia pars recti est: ergo angulus εηζ, æqualis est angulo ζεη. quare & latus ηζ, lateri εζ est æquale. & quia recta εγ, rectæ γα est æqualis, erit etiam quadratum à recta εγ descriptum, æquale quadrato ab αγ recta descripto. quadrata igitur à rectis εγ, γα descripta dupla sunt quadrati à recta γα descripti. verum quadratis ab εγ, γα

D rectis

ἀπὸ τῆς γα τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν εγ, γα, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εα. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εα τετράγωνον, διπλάσιον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ηζ, τῇ εζ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ζη τετράγωνον, τῷ ἀπὸ τῆς ζε τετραγώνῳ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ζη, ζε διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ηζ, ζε· ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς εη τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εη διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς εζ. ἴση δὲ ἡ εζ, τῇ γδ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εη τετράγωνον, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς γδ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εα, διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αε, εη τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αε, εη τετραγώνοις, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αη τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αη, διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς αη, ἴση ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν αδ, δη. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δη τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ δη, τῇ δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων.

(Συμ-

rectis, æquale est quadratum ab εα recta descriptum. quare quadratum à recta εα, duplum est quadrati à recta αγ descripti. rursus quoniam recta ηζ, æqualis est rectæ εζ, æquale etiam erit quadratum à recta ζη, quadrato à recta εζ descripto. quare quadrata à rectis ζη, ζε descripta, dupla sunt quadrati à recta εζ descripti: quadratis verò ηζ, ζε: æquale est quadratum à recta εη descriptum. quadratum igitur à recta εη descriptum, duplum est quadrati à recta εζ descripti: sed recta εζ, æqualis est rectæ γδ. quadratum igitur à recta εη, duplum est quadrati à recta γδ descripti. Verum demonstratum est, quod quadratum à recta εα descriptum, duplum sit quadrati à recta αγ descripti. quadrata itaque à rectis αε, εη descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. quadratis verò à rectis αε, εη descriptis, æquale est quadratum à recta αη descriptum: quare quadratum à recta αη descriptum, duplum est quadratorum à rectis αγ, γδ descriptorum. quadrato autem à recta αη descripto, æqualia sunt quadrata à rectis αδ, δη descripta. quare quadrata à rectis αδ, δη descripta, dupla sunt quadratorũ à rectis αγ, γδ descriptorũ. verũ recta δη, est æqualis rectæ δβ. quadrata igitur à rectis αδ, δβ, descripta, dupla sunt quadratorum à rectis αγ, γδ de-

 scripto-

(Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, σὺν τῇ προσκειμένῃ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ια. Πρόβλημα.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

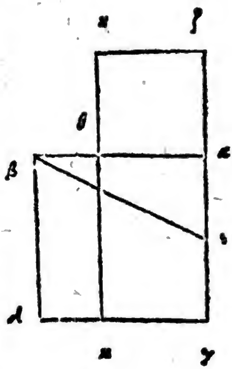
Ἔκθεσις.) Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ᾱβ̄. (Διορισμός.) Δεῖ δὴ τὴν ᾱβ̄ τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ᾱβ̄ τετράγωνον τὸ ᾱβ̄γ̄δ̄· καὶ τετμήσθω ἡ ᾱγ̄ δίχα κατὰ τὸ ε̄ σημεῖον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ β̄ε̄, καὶ διήχθω

scriptorum. (Cõclusio.) Si igitur recta linea secta fuerit in partes duas æquales, eiq́ adijciatur quædam linea recta ἐπ' εὐθείας (è directo) quadratũ à tota cum adiecta: & quadratum ab ipsa adiecta hæc inquam duo simul quadrata: dupla sunt quadrati à dimidia descripti, & eius quadrati quod describitur à recta, composita & facta ex dimidia, & adiecta, tanquam esset quadratum ab vna linea recta descriptum. id quod demonstrandum erat.

Propositio XI. Problema.

DAtam lineam rectam ita secare, vt rectangulum quod tota linea recta, & altero segmento continetur, æquale sit quadrato à reliquo segmento descripto.

Explicatio dati.) Sit data linea recta αβ. (Explicatio quæsiti.) Recta igitur αβ, ita secanda est, vt rectangulum quod tota & altero segmento cõtinetur, æquale sit quadrato à reliqua linea recta descripto. (Delin:) Describatur à recta linea αβ quadratum αβγδ: & secetur recta αγ, in duas partes æquales in puncto ε: ac ducatur recta βε: extenda-



ἤχθω ἡ γα ἐπὶ τὸ ζ: καὶ κείσθω τῇ βε ἴση ἡ εζ: καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αζ τετράγωνον τὸ ζθ: καὶ διήχθω ἡ ηθ ἐπὶ τὸ κ. (Διορισμὸς τῆς κατασκευῆς.) Λέγω ὅτι ἡ αβ τέτμηται κατὰ τὸ θ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι, τῷ ἀπὸ τῆς αθ τετραγώνῳ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ αγ, τέτμηται δίχα κατὰ τὸ ε: πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ αζ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ εζ. τῇ εβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εβ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς εβ, ἴσα ἐστί, τὰ ἀπὸ τῶν βα, αε. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ α γωνία. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ, ζα, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα, αε. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ

τῆς

tur etiam recta $\gamma\alpha$, ad punctum ζ: & fiat rectæ $\beta\varepsilon$, æqualis recta $\varepsilon\zeta$: præterea à recta $\alpha\zeta$ describatur quadratum $\zeta\theta$: deniq; extendatur recta $\eta\theta$ ad punctum vsq; κ. (Explicatio iam factæ delineationis.) Dico quod recta $\alpha\beta$ sit secta in puncto θ: vt rectangulum quod continetur rectis $\alpha\beta$, $\beta\theta$: æquale sit quadrato quod describitur à recta $\alpha\theta$. (Demonstratio.) Quoniam recta $\alpha\gamma$, secta est in duas partes æquales in puncto ε: eiq; est adiecta recta $\alpha\zeta$. rectangulum igitur quod cõtinetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$, cum quadrato quod à recta $\alpha\varepsilon$ describitur, æquale erit quadrato quod à recta $\varepsilon\zeta$ describitur: sed recta $\varepsilon\zeta$, est æqualis rectæ $\varepsilon\beta$. ergo rectangulum quod continetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$ cum quadrato quod describitur à recta $\alpha\varepsilon$, æquale est quadrato descripto à recta $\varepsilon\beta$: sed quadrato à recta $\varepsilon\beta$ descripto, sunt æqualia duo quadrata à rectis $\beta\alpha$, $\alpha\varepsilon$ descripta. quoniam angulus ad punctũ α est rectus. rectangulum igitur q; continetur rectis $\gamma\zeta$, $\zeta\alpha$, cum quadrato à recta $\alpha\varepsilon$ descripto, æquale est quadratis à duab⁹ rectis $\beta\alpha$, $\alpha\varepsilon$ descriptis. Commu-

τῆς αε. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν γζ, ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ, τετραγώνῳ. καὶ ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γζ, ζα τὸ ζκ. ἴση γὰρ ἡ αζ, τῇ ζη. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ αδ. τὸ ἄρα ζκ, ἴσον ἐστὶ τῷ αδ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ακ. λοιπὸν ἄρα τὸ ζθ, τῷ θδ ἴσον ἐστί. καὶ ἐστι τὸ μὲν θδ, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ. ἴση γὰρ ἡ αβ, τῇ βδ: τὸ δὲ ζθ, τὸ ἀπὸ τῆς αθ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς θα τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Η ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, τέτμηται κατὰ τὸ θ: ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς θα τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πρότασις ιβ. θεώρημα.

ΕΝ τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον: μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς

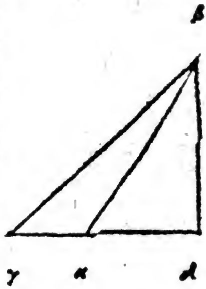
ne auferatur quadratum à recta αε descriptũ. reliquum igitur rectangulum rectis γζ, ζα comprehensum, æquale est quadrato à recta αϐ descripto. verum rectangulum quod continetur rectis γζ, ζα, est rectãgulum ζκ: quia αζ recta, est æqualis rectæ ζη. quadratum verò à recta αϐ descriptum, est ipsum quadratũ αδ. Ergo ζκ quadratum est æquale quadrato αδ. Commune auferatur ακ. reliquum igitur quadratum ζθ, est æquale reliquo rectangulo θδ. est autem rectangulum θδ, id quod comprehenditur rectis αβ, ϐθ: quia recta αϐ, æqualis est rectæ ϐδ: quadratum verò ζθ, id quod à recta αθ describitur. Quare rectangulum quod rectis αϐ, ϐθ continetur, æquale est quadrato à recta θα descripto. (Conclusio.)
Recta igitur data αϐ, diuisa est in puncto θ, hac ratione, vt rectangulũ quod rectis αϐ, ϐθ continetur, sit æquale quadrato à recta θα descripto. quod faciendum erat.

Propositio XII. Theorema.

IN triangulis amblygonijs (id est, obtusum habentibus angulum) quadratũ quod describitur à latere, obtusum angulum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum

τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν, ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ, ἀμβλεῖαν ἔχον τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ β σημείου, ἐπὶ τὴν γα ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν βα, αγ τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γδ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ α σημεῖον: τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς γδ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γα, αδ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ, δβ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα, αδ, δβ, τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ



τῶν

angulum continentium: rectangulo quod bis continetur latere vno obtusum angulum continēte, in quod si producatur, perpendicularis cadit: & recta intercepta externè ab ipsa perpendiculari ad angulum obtusum.

Explicatio dati.) Sit triangulus amblygonius αϐγ: cuius angulus βαγ sit obtusus: & ducatur à puncto ϐ, ad rectam γα productā, & extensam perpendicularis recta ϐδ. (Explicatio quæsiti.) Dico quòd quadratum à latere ϐγ descriptum, maius sit quadratis laterum ϐα, αγ, rectangulo quod bis continetur rectis γα, αδ. (Demonstratio.) Quoniam recta γδ, vtcunq; secta est in puncto α: quadratum igitur à recta γδ descriptum, æquale est quadratis à lateribus γα, αδ descriptis, & rectangulo γα, αδ lateribus bis contento. commune addatur quadratum à recta δβ descriptum. itaq; quadrata à rectis γδ, δβ descripta, æqualia sunt quadratis à rectis γα, αδ, δβ descriptis, & rectangulo bis, rectis γα, αδ contento. verum quadratis à rectis

γδ, δϐ

τῶν γδ, δβ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τὸ δ γωνία. τοῖς δὴ ἀπὸ τῶν αδ, δβ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς βγ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα, αβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον, τῶν ἀπὸ τῶν γα, αβ τετραγώνων, μεῖζον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα, αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐν ἄρα ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος καταπίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ιγ. Θεώρημα.

ΕΝ τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν

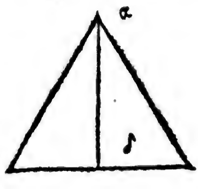
γδ, δϐ descriptis, æquale est quadratum à recta γϐ, quia angulus ad pũctum δ est rectus, & quadratis à lineis rectis αδ, δβ descriptis, æquale est quadratum à recta αϐ descriptum. Quare quadratum à recta βγ descriptum, æquale est quadratis à rectis γα, αϐ descriptis, & rectangulo quod rectis γα, αδ bis continetur, idcirco & quadratum à recta γβ descriptum, maius est quadratis à lineis rectis γα, αϐ descriptis: rectangulo quod rectis γα, αδ bis continetur. (Conclusio.) In triangulis igitur amblygonijs, quadratum quod describitur à latere obtusum angulum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum illum angulum continentium, rectangulo quod bis continetur vno ex lateribus angulum obtusum continentibus, in quod cadit perpendicularis si productum fuerit: & linea recta intercepta ad angulum obtusum ab ipsa perpendiculari. quod demonstrandũ erat.

Propositio XIII. Theorema.

IN triangulis oxygonijs, quadratum descriptum à latere acutum angulum subtendente.

ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ ὀξεῖαν ἔχων τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν: καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ α σημείου ἐπὶ τὴν βγ κάθετος ἡ αδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αγ τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν γβ, βα τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Ἀπόδειξις) Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γβ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ δ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ, βδ τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ,



καὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς αδ τετράγωνον. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ, βδ, δα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αδ, δγ τετραγώνοις.

ἀλλὰ

dente, minus est quadratis laterum acutum illum angulum continentium, rectangulo quod bis continetur vno latere eorum, quæ acutum continent angulum, & in quod ipsa cadit perpendicularis: & linea interne ab ipsa perpendiculari intercepta, ad ipsum angulũ acutum.

Explicatio dati.) Sit triangulus ὀξυγώνιus αβγ, habens acutum angulum ad punctum β, & ducatur à puncto α, ad lineam rectam βγ perpendicularis recta αδ. (Explicatio quæsiti.) Dico quod quadratum à recta αγ descriptum, sit minus quadratis laterum γβ, βα: rectangulo quod γβ, βδ rectis bis continetur. (Demonstratio.) Quoniam recta γβ vtcunq; secta est in puncto δ. quadrata igitur à rectis γβ, βδ descripta, æqualia sunt rectangulo quod rectis γβ, βδ bis continetur, & quadrato à recta δγ descripto. Commune addatur quadratum à recta αδ descriptum. quadrata igitur à rectis γβ, βδ δα descripta, æqualia sunt rectangulo quod bis continetur rectis γβ, βδ, & quadratis à lineis rectis αδ, δγ descriptis. Verum quadratis

ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν βδ, δα, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ δ γωνία. τοῖς δ' ἀπὸ τῶν αδ, δγ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ὑπὸ τῶν γβ, βα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς αγ, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ, βδ. ὥστε μόνον τὸ ἀπὸ τῆς αγ ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν γβ, βα τετραγώνων, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν βγ, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου, πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ιδ. Πρόβλημα.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

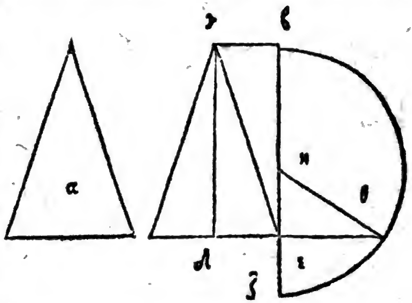
Ἐκτε-

dratis à rectis ϐδ, δα descriptis, æquale est quadratum à recta αβ descriptum. quia angulus ad δ punctum est rectus. quadratis verò à rectis αδ, δγ descriptis, æquale est quadratum à recta αγ descriptum. itaq; rectangula quæ rectis γβ, βα continentur, æqualia sunt quadrato à recta αγ descripto, & rectangulo γϐ, βδ rectis bis contento. erit igitur vnicum quadratum à recta αγ descriptum minus, quadratis à rectis γβ, βα descriptis rectangulo quod rectis βγ, βδ bis continetur. (Conclusio.) In triangulis igitur oxygonijs, quadratum quod describitur à latere subtendente angulum acutum, minus est quadratis laterum angulum illum acutum continentium, rectangulo, quod bis continetur vno ex lateribus angulum illum acutum continentibus, in quod perpendicularis cadit: & linea internè intercepta à perpendiculari ad angulum illum acutum. quod erat demonstrandũ.

Propositio XIIII. Problema.

DAtæ figuræ rectilineæ æquale quadratum constituere.

Ἔκθεσις.) Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ α. (Διορισμός.) Δεῖ δὴ τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι. (Κατασκευή.) Συνεστάτω τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ βδ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν



ἡ βε, τῇ εδ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συνίσταται γὰρ τῷ α εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον τὸ βδ. εἰ δὲ οὔ, μία τῶν βε, εδ μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ βε, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ζ: καὶ κείσθω τῇ εδ ἴση ἡ ζε: καὶ τετμήσθω ἡ ζβ δίχα κατὰ τὸ η: καὶ κέντρῳ μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ηβ, ηζ, ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ βθζ: καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ δε, ἐπὶ τὸ θ: καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ βζ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ ε. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ περιεχό-

περιεχό-

Explicatio dati.) Sit data figura rectilinea α. (Explicatio quæsiti.) Datæ igitur rectilineæ figuræ α, constituendũ est æquale quadratum. (Delineatio.) Constituatur datæ figuræ rectilineæ α, æquale parallelogrammum rectangulum βδ. Si itaq; recta βε, æqualis est rectæ εδ, factum est id quod iussum erat. quia datæ figuræ rectilineæ α, æquale est factum quadratum βδ. sin minus, vna ex his rectis βε, εδ sit maior, ponatur βε maior, eaq́; producatur ad punctum vsq; ζ: & fiat rectæ εδ æqualis recta ζε: secetur recta ζβ in duas partes æquales in puncto η: postea cẽtro η, interuallo vel ηβ, vel ηζ describatur semicirculus βθζ: producaturq́; recta δε, ad punctum vsq; θ: fiatq́; recta ηθ. (Demonstratio.) Quoniam recta βζ secta est in partes quidem æquales in puncto η, in partes verò inæquales in puncto ε. rectangulum igitur quod continetur rectis βε, εζ, cum quadrato à recta εη descripto, æquale est quadrato à recta ηζ descripto. sed recta ηζ æqualis est rectæ ηθ. rectangulum igitur rectis βε, εζ contentum

ριεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εη τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ηζ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ ηζ, τῇ ηθ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ηε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ηθ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ηθ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν θε, ηε τετράγωνα. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε, εζ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ηε, ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν θε, ηε. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ηε τετράγωνον. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βε, εζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν βε, εζ, τὸ βδ ἐστιν. ἴση γὰρ ἡ εζ, τῇ εδ. τὸ ἄρα βδ παραλληλόγραμμον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ ἀναγραφομένῳ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.)

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ α ἴσον τετράγωνον συνίσταται, τὸ ἀπὸ τῆς εθ ἀναγραφησόμενον. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ΤΕΛΟΣ.

cum quadrato à recta ηε descripto, æquale est quadrato à recta ηθ descripto. verum huic quadrato à recta ηθ descripto, æqualia sunt quadrata à rectis θε, ηε descripta. Rectangulum igitur rectis βε, εζ contentum, cum quadrato à recta ηε descripto, hæc inquam sunt æqualia quadratis à rectis θε, ηε descriptis. Commune auferatur quadratum à recta ηε descriptum. reliquum igitur rectangulum quod rectis βε, εζ continetur, æquale est quadrato à recta εθ descripto: sed rectangulum βε, εζ rectis contentum est rectangulum βδ: quia εζ recta æqualis est εδ rectæ. quare parallelogrammum βδ, æquale est quadrato ab εθ recta descripto. (Conclusio.) Datæ igitur figuræ rectilineæ α, constitutum est æquale quadratum à recta εθ descriptum. Quod faciendum erat.

FINIS.

ΒΑΡΛΑΑΜ ΜΟΝΑΧΟΥ, ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ, ΤΩΝ γραμμικῶς ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν στοιχείων ἀποδειχθέντων.

ΟΡΟΙ.

Ἀριθμὸν, ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγω· ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδες· τοσαυτάκις συντεθεὶς ὁ πολλαπλασιαζόμενος ποιήσῃ τινα· ὃν καὶ μετρεῖ, κατὰ τὰς ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδας.

Καλῶ δ' αὐτὸν τὸν ἐκ τούτων γινόμενον· ἐπίπεδον.

Τετράγωνον δὲ ἀριθμὸν λέγω, τὸν γινόμενον ἀπό τινος ἑαυτὸν πολλαπλασιάσαντος.

Ἀριθμὸν ἀριθμοῦ μέρος λέγω· τὸν ἐλάττονα τοῦ μείζονος, ἄντε μετρεῖ, ἄντε μὴ μετρεῖ τὸν μείζονα.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότασις α. θεώρημα.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ὄντων διαιρεθῇ ὁ ἕτερος αὐτῶν εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμούς· ὁ ἐκ

τῶν

BARLAAM MONACHI,

ARITHMETICA DEMONstratio eorum, quæ Euclides libro ſecundo ſuorum elementorum in lineis & figuris planis demonſtrauit.

DEFINITIONES.

NVmerum dico multiplicare alium numerum: quando quot in eo qui multiplicat ſunt vnitates: toties numerus multiplicandus, compoſitus: producit aliquem numerum: quem ſecūdum vnitates quæ ſunt in numero multiplicante metitur.

Illum verò qui ex eiuſmodi multiplicatione producitur, nomino planum.

Quadratū voco numerum, qui fit ex multiplicatione alicuius numeri in ſeipſum.

Deniq; numerum alterius numeri partem eſſe dico: minorem maioris, ſiue minor maiorem metiatur: ſiue non metiatur.

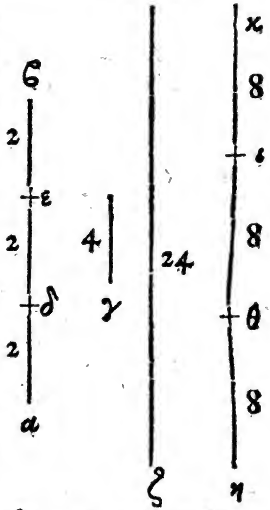
PROPOSITIONES.

Propoſitio prima. Theorema.

SI duobus propoſitis numeris, alter illorū diuidatur in aliquot numeros quotquot

 ſint:

τῶν ἐξ ἀρχῆς δύο ἀριθμῶν ἐπίπεδος ἀριθμός· ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τοῦ ἀδιαιρέτου, καὶ ἑκάστου τῶν μερῶν τοῦ διαιρεθέντος γινομένοις ἐπιπέδοις.



Ἔκθεσις.) Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ αβ, γ· καὶ διῃρήσθω ὁ αβ, εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμούς, τοὺς αδ, δε, εβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τοῦ γ, αβ ἐπίπεδος· ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τοῦ γ, αδ· γ, δε· γ, εβ ἐπιπέδοις. (Κατασκ.) Ἔστω γὰρ ἐκ μὲν τῶν γ, αβ, ὁ ζ· ἐκ δὲ τῶν γ, αδ ὁ ηθ· ἐκ δὲ τοῦ γ, δε, ὁ θι· ἐκ δὲ τοῦ γ, εβ ὁ ικ. (Ἀπόδ.) Καὶ ἐπεὶ ὁ αβ τὸν γ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζ, ὁ ἄρα γ μετρεῖ τὸν ζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸν ηθ μετρεῖ· κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας· τὸν δὲ θι κατὰ τὰς ἐν τῷ δε· τὸν δὲ ικ· κατὰ τὰς ἐν τῷ εβ μονάδας. Ὅλον ἄρα τὸν ηκ

μετρεῖ

ſint: numerus planus, qui fit ex multiplica-tione duorũ ab initio propoſitorũ numerorum, erit æqualis numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numeri non diuiſi, & vnaquaq; parte numeri diuiſi.

Ἔκθεσις.) *Sint duo numeri αϐ, & γ: ac diuidatur numerus αϐ in quotcunq; alios numeros, vtpote αδ, δε, εϐ.* (Διορισμός:) *Dico* ꝙ *numerus planus qui fit ex numerorum γ, & αϐ multiplicatione: æqualis ſit numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numerorum γ, & αδ: item γ, & δε: deniq; γ, & εϐ.* (Κατασκευή.) *Sit enim ζ numerus planus ex multiplicatione numerorum γ, & αϐ, pductus: ηθ verò ex multiplicatione γ, & αδ: θι verò ex multiplicatione γ, & δε: deniq; ex multiplicatione γ, & εϐ producatur numerus ικ.* (Ἀπόδειξις.) *Cum itaq; numerus αϐ multiplicando numerum γ, produxit numerum ζ: idcirco numerus γ, metitur numerum ζ, iuxta vnitates quæ ſunt in numero αβ. Per eadem demonſtrabimus, quod numerus γ etiam metiatur numerum ηθ, penes vnitates, quæ ſunt in numero αδ: numerum verò θι per vnitates quæ ſunt in numero δε: deniq; numerum ικ, ſecũdum vnitates quæ ſunt in numero εβ.*

μετρεῖ ὁ γ̄: κατὰ τὰς ἐν τῷ ᾱβ̄ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν ζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ ᾱβ̄ μονάδας. ἑκάτερος ἄρα τῶν ζ, η̄κ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιος τοῦ γ̄. οἱ δὲ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ζ τῷ η̄κ. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ζ. ὁ ἐκ τῶν γ, αβ ἐπίπεδος, ὁ δὲ η̄κ, ὁ συγκείμενος ἐκ τε τοῦ γ̄, καὶ ἑκάστου τῶν ᾱδ̄, δε, εβ ἐπιπέδων. ὁ ἄρα ἐκ τῶν γ, ᾱβ̄ ἐπίπεδος ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τε τοῦ γ̄, καὶ ἑκάστου τῶν ᾱδ̄, δε, εβ ἐπιπέδοις. (Συμπέρασμα.) Εὰν ἄρα δύο ἀριθμῶν ὄντων: διαιρεθῇ ὁ ἕτερος αὐτῶν εἰς ὅσους δηποτοῦν ἀριθμούς: ὁ ἐκ τῶν ἐξ ἀρχῆς δύο ἀριθμῶν ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τοῖς ἐκ τε τοῦ ἀδιαιρέτου, καὶ ἑκάστου τῶν μερῶν τοῦ διαιρεθέντος ἐπιπέδοις. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις β. θεώρημα.

Ε Αν ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ: δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ γινόμενοι ἐκ τε τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν, συναμφότεροι: ἴσοι εἰσὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετραγώνῳ.

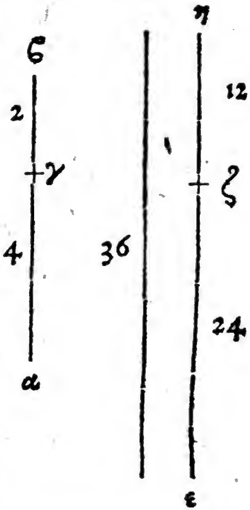
Εκθε-

Quare numerus γ totum numerum ηκ metitur iuxta vnitates, quæ sunt in numero αβ. verum metiebatur antea numerum ζ, penes vnitates quæ sunt in numero αβ. Vterq; igitur numerus ζ, & ηκ æqualiter est multiplex numeri γ. Numeri verò qui eiusdem numeri æqualiter sunt multiplices, æquales inter se sunt. ergo numerus ζ, æqualis est numero ηκ. sed numerus ζ, est numerus planus, ex multiplicatione γ & αϐ productus. alter verò numerus ηκ, compositus ex numero γ non diuiso, & vnoquoq; plano numero αδ, δε, εϐ. (Συμπέρασμα.) Si igitur fuerint duo numeri, quorum alter diuisus sit in quoscunq; alios numeros: tum numerus planus qui fit ex multiplicatione duorum ab initio propositorum numerorum: æqualis est numeris planis, qui fiunt ex multiplicatione numeri non secti, & singulis partibus eius numeri qui diuisus & sectus est. Quod erat demonstrandum.

Propositio II. Theorema.

SI numerus aliquis diuisus fuerit in alios duos numeros: tum numeri plani qui fiūt ex multiplicatione totius, & vtriusq; partis, hi ambo coniuncti: erunt æquales quadrato numero totius numeri propositi.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ διηρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γϐ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοί, ὅτε ἐκ τῶν αϐ, αγ· καὶ ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ συντεθέντες· ἴσοι εἰσὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αϐ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ὁ γὰρ αβ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιήτω τὸν δ· ὁ δὲ αγ, τὸν αβ πολλαπλασιάσας· ποιήτω τὸν εζ· τὸν δὲ αὐτὸν αβ καὶ ὁ γβ πολλαπλασιάσας ποιήτω τὸν ζη. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ τοίνυν ὁ αγ τὸν αβ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν εζ, ὁ ἄρα αϐ μετρεῖ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ, τὸν αϐ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζη· ὁ ἄρα αβ μετρεῖ τὸν ζη, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας.



Εκθεσις.) *Diuidatur enim numerus αϐ, in duos alios numeros αγ, γϐ.* (Διορισμός.) *Dico quod duo numeri plani qui fiunt ex multiplicatione αϐ, & αγ. deinde αϐ, & ϐγ: hi inquam compositi, æquales sint quadrato numero, qui fit ex multiplicatione numeri αβ in seipsum.* (Κατασκευή.) *Numerus enim αϐ seipsum multiplicãdo, producat numerum δ: numerus etiam αγ, multiplicando numerum αϐ, producat numerũ εζ: rursus numerus γϐ, multiplicando eundem numerum αϐ: faciat numerum ζη.* (Απόδειξις.) *Cum itaq; αγ numerus multiplicando numerum αϐ, produxerit numerum εζ. igitur numerus αϐ metitur numerum εζ secundum vnitates quæ sunt in numero αγ. Rursus quoniam γϐ numerus, multiplicauit αϐ numerum: & produxit numerum ζη: idcirco αϐ metietur numerum ζη secundum vnitates quæ sunt in numero γβ. verum idem numerus αϐ metiebatur antea quoq; numerum εζ, iuxta vnitates quæ sunt in numero αγ. Ergo numerus αϐ, totum numerũ εη metietur iuxta vnitates quæ in ipso αϐ sunt.*

νάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ τὸν αϛ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζη: ὁ ἄρα αβ μετρῆ τὸν ζη, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ αϛ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν δ: μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν δ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ἑκάτερον ἄρα τῶν δ, εα: μετρεῖ ὁ αβ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ὁσοπλάσιον ἄρα ἐστὶν ὁ δ, τοῦ αβ: τοσαυταπλάσιον ἐστὶ καὶ ὁ εη τοῦ αβ. οἱ δὲ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι ἀριθμοὶ: ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ δ, τῷ εη. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν δ, ὁ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, ὁ δὲ εη, συντεθεὶς ἐκ δύο ἐπιπέδων ἀριθμῶν, τῶν ἐκ τῶν αβ, βγ, βα, αγ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ, ἐκ δύο ἐπιπέδων, τῶν ἐκ τῶν αβ, βγ, βα, αγ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ: δύο ἐπίπεδοι ἀριθμοί, οἱ γινόμενοι ἐκ τε τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν συναμφότεροι ἴσοι εἰσὶν τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

προτα-

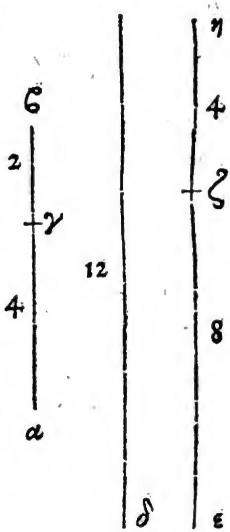
αϐ sunt. Præterea quoniã αϐ numerus multiplicando seipsum, produxit numerum δ: idcirco numerus αϐ, metietur seipsum iuxta vnitates quas in seipso continet. Quare metietur vtrunq; scilicet numerum δ, & numerum εη: per vnitates quæ in ipso αβ numero sunt. Quotuplex igitur numerus δ, est numeri αϐ: totuplex etiam est numerus εη, numeri αβ. Numeri verò qui eiusdem sunt æqualiter multiplices, inter se æquales sunt. Quare numerus δ, est æqualis numero εη: & numerus δ, est quadratus factus ex αβ numero. numerus verò εη factus & compositus ex duobus numeris planis αβ, βγ: & βα, αγ. Numerus itaq; quadratus ex αβ numero: æqualis est numero plano, composito ex numeris αϐ, βγ, βα, αγ. (Συμπέρασμα.) Si igitur aliquis numerus diuisus fuerit in duos numeros alios: tum numeri plani qui fiunt ex multiplicatione totius, & vtriusq; partis: hi ambo coniuncti, erunt æquales quadrato numero totius propositi numeri. quod demonstrandum erat.

Propo-

Πρότασις γ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμούς· ὁ ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος· ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου μέρους τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ διῃρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ, ἐπίπεδος· ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ὁ γὰρ αβ πολλαπλασιάτω τὸν γβ, καὶ ποιήτω τὸν δ· ὁ δὲ αγ, τὸν γβ πολλαπλασιάτω, καὶ ποιήτω τὸν εζ· ὁ δὲ γβ ἑαυτὸν



πολλαπλασιάσας ποιήτω τὸν ζη. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ αβ τὸν γβ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν δ· ὁ ἄρα γβ, μετρεῖ τὸν

δ, κατ

Propositio III. Theorema.

SI numerus aliquis diuidatur in duos numeros: numerus planus qui fit ex multiplicatione totius & vnius partis: æqualis est numero plano, facto ex partibus, & numero quadrato, producto ex parte prædicta.

Εκθεσις.) *Sit enim numerus αϐ, qui diuidatur in duos numeros αγ, γβ.* (Διορισμός.) *Dico quòd numerus planus, qui fit ex multiplicatione numerorum αϐ, ϐγ: æqualis sit numero plano facto ex multiplicatione numerorum αγ, γβ: & quadrato ex γβ numero producto.* (Καταςκευή.) *Numerus enim αϐ, multiplicando numerum γβ, producat numerum δ. deinde αγ numerus, multiplicando numerum γβ: producat numerum εζ. deniq; γβ numerus, multiplicando seipsum producat numerum ζη.* (Απόδειξις.) *Cum igitur numerus αβ, multiplicando numerum γβ, produxerit numerum δ: idcirco numerus γϐ, metitur numerum δ, iuxta vnitates quæ sunt in numero αϐ. Ad hæc quoniam numerus αγ multiplicauit numerum γβ: & produxit numerũ εζ. ergo γϐ numerus, metitur numerum εζ iuxta vnita-*

δ, καὶ τὰς ἐν τῷ αϐ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ αγ, τὸν γϐ πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν εζ· ὁ ἄρα γϐ, μετρεῖ τὸν εζ, καὶ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ἐποίησε τὸν ζη. μετρεῖ ἄρα ὁ γβ τὸν ζη, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ καὶ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ γβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν δ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αϐ μονάδας. ἰσάκις ἄρα ὁ γβ, ἑκάτερον τῶν δ, εη μετρεῖ. οἱ δὲ ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις μετρούμενοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ δ, τῷ εη, καὶ ἐστὶν ὁ μὲν δ, ὁ ἐκ τῶν αϐ, ϐγ ἐπίπεδος. ὁ δὲ εη, ὁ ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπίπεδος, σὺν τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπίπεδος, ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ: καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς τυχόντας διαιρεθῇ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος: ἴσος ἐστὶ τῷ τε ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ, σὺν τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου μέρους τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Προτα-

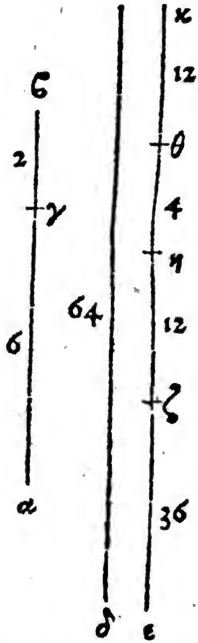
tes quæ sunt in numero αγ. Rursus quoniam γϐ numerus, multiplicauit seipsum: & produxit numerum ζη. ergo numerus γϐ, metitur numerũ ζη, iuxta vnitates quæ in seipso sunt. Verum antea idem numerus γϐ, etiam metiebatur numerum εζ iuxta vnitates quæ in ipso sunt αγ numero. Totus itaq; numerus γϐ, metitur totum numerum εη, per vnitates quæ sunt in numero αϐ. sed & numerum δ, metiebatur penes vnitates, quæ sunt in numero αϐ. Quare numerus γϐ æqualiter metitur vtrunq; numerum, nempe numerum δ, & numerum εη. Quos verò idem numerus æqualiter metitur: æquales inter se sunt. idcirco numerus δ, est æqualis numero εη: sed numerus δ, est planus, factus ex multiplicatione numerorum αβ, βγ: numerus verò εη, est numerus ex multiplicatione numerorum αγ, γβ, procreatus: & quadrato numeri γβ. Quapropter numerus planus, factus ex multiplicatione αγ, γβ numerorum: æqualis est numero plano ex αγ, γβ numeris producto: & quadrato numeri γβ. (Conclusio.) Si igitur numerus aliquis diuidatur in duos numeros: numerus planus, qui fit ex multiplicatione totius, & vnius partis: æqualis est numero plano, facto ex partibus, & numero quadrato producto ex parte prædicta: quod demonstrandum erat.

F 2 Propo-

Πρότασις δ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμούς· ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος· ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν μερῶν τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ $\overline{\alpha\beta}$, διαιρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς $\alpha\gamma$, $\overline{\gamma\beta}$. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha\beta}$, τετράγωνος. ἴσος ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν $\overline{\alpha\gamma}$, $\overline{\gamma\beta}$ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν $\overline{\alpha\gamma}$, $\overline{\gamma\beta}$ ἐπιπέδῳ. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ $\overline{\alpha\beta}$ τετράγωνος ὁ δ: ἀπὸ δὲ τοῦ $\overline{\alpha\gamma}$, ὁ εζ: ἀπὸ δὲ τοῦ γβ, ὁ ηθ: ἐκ δὲ τῶν $\overline{\alpha\gamma}$, $\overline{\gamma\beta}$ ἑκάτερος τῶν ζη, θκ. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ τοίνυν ὁ $\overline{\alpha\gamma}$, ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν εζ· ὁ ἄρα $\overline{\alpha\gamma}$, μετρεῖ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ



μονά-

Propositio IIII. Theorema.

SI numerus aliquis in duos numeros diuisus fuerit: quadratus numerus totius, æqualis est quadratis partium: & numero plano, qui generatur, atque fit ex multiplicatione partium bis facta.

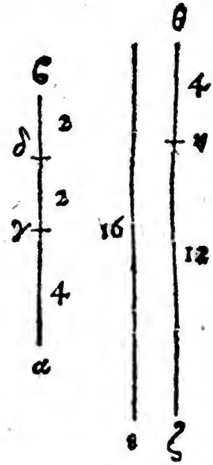
Εκθεσις.) *Sit enim numerus αϐ, qui diuidatur in duos numeros αγ, γϐ.* (Διορισμὸς.) *Dico quod quadratus numerus totius αϐ numeri: æqualis sit quadratis partium, seu numerorum αγ, γβ: & numero plano facto ex multiplicatione numerorum αγ, γϐ bis repetita.* (Καλασκ:) *Fiat itaque quadratus numerus ex multiplicatione totius numeri αϐ in seipsum, et sit numerus δ. deinde fiant etiam quadrati numeri ex multiplicatione αγ in seipsum numerus εζ: et ex multiplicatione γϐ in seipsum numerus ηθ. denique ex multiplicatione numerorum αγ, γβ fiat vterque numerus planus ζη, θκ.* (Απόδειξις.) *Cum itaque numerus αγ multiplicando seipsum produxerit numerum εζ, idcirco αγ numerus, metitur numerum εζ iuxta vnitates quæ sunt in seipso. cum etiam γϐ numerus, multiplicauerit nu-*

μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γβ, τὸν γα πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν ζη: μετρεῖ ἄρα τὸν ζη, ὁ αγ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν εζ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ. ὅλον ἄρα τὸν εη, μετρεῖ ὁ αγ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αβ μονάδας. ὁ ἄρα αβ πολλαπλασιάσας τὸν αγ, ἐποίησε τὸν εη. ὁ εη ἄρα ἐπίπεδός ἐστιν ὁ ἐκ τῶν βα, αγ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ὁ ηκ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ ἐκ τῶν αβ, βγ: ὃς ἐστιν ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος ὁ δ. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμούς, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ δυσὶ τοῖς ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑκατέρου τῶν μερῶν ἐπιπέδοις. ἴσος ἄρα ὁ δ, τῷ εκ. ἀλλὰ μὴν ὁ εκ, συγκείμενός ἐστιν ἔκ τε τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνων: καὶ τοῦ δὶς ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδου. ὁ δὲ δ, ὑπάρχει ὁ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αγ, γβ ἐπιπέδῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς, διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμούς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν μερῶν τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν μερῶν ἐπιπέδῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

numerum γα, & produxerit numerum ζη. Ergo αγ numerus, metitur numerum εη penes vnitates quæ sunt in numero γβ. verum antea metiebatur etiam numerum εζ, per vnitates quæ sunt in numero αβ, & propterea numerus αβ, multiplicans numerum αγ, produxit numerum εη, eamque ob causam numerus εκ est numerus planus factus ex multiplicatione numerorum βα, αγ. Simili modo demonstrabimus, quod numerus κκ sit planus factus ex multiplicatione numerorum αβ, βγ. Præterea numerus δ, est quadratus numeri αβ. quod si verò numerus aliquis diuisus fuerit in duos numeros: quadratus totius numeri æqualis est duobus numeris planis, qui ex multiplicatione totius & vtrarumque partium fiunt. quare numerus δ quadratus, æqualis est numero εκ plano. Verum numerus εκ, compositus est ex quadratis numerorum αγ, γβ: & numero plano, qui ex multiplicatione numerorum αγ, γβ bis facta producitur: numerus verò δ quadratus totius numeri αβ. Quare numerus quadratus factus ex multiplicatione numeri αβ in seipsum: æqualis est quadratis numeris, numerorum αγ, γβ partium: & numero plano ex multiplicatione numerorum αγ, γβ bis facta, producto. (Conclusio) Si igitur numerus aliquis in duos numeros diuisus fuerit: quadratus numerus totius, æqualis est quadratis partium: & numero plano ex multiplicatione partium bis facta producto. quod demonstrandum erat.

Πρότασις ε. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς δίχα διαιρεθῇ· διαιρεθῇ δὲ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς· ὁ ἐκ τῶν ἀνίσων μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνῳ.



Ἔκθεσις.) Ἔστω γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ· καὶ διῃρήσθω δίχα μὲν εἰς τοὺς αγ, γβ· ἀνισαχῇ δὲ εἰς τοὺς αδ, δβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος· ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνου. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ γβ τετράγωνος ὁ ε· ἐκ δὲ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος ὁ ζη. ἀπὸ δὲ τοῦ δγ τετράγωνος ὁ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ βγ ἀριθμὸς διῄρηται εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς βδ, δγ. ἐστὶν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ βγ τετράγωνος, τουτέστιν ὁ ε· ἴσος τοῖς ἀπὸ τῶν βδ, δγ τετραγώνοις, μετὰ τοῦ

δὶς

Propositio V. Theorema.

SI numerus aliquis par, diuisus fuerit in duas partes æquales: deinde idem numerus rursus diuidatur in partes inæquales: numerus planus qui fit ex multiplicatione partiũ inęqualium, cum quadrato numeri interpositi: æqualis est quadrato dimidij numeri.

Εκθεσις.) Sit enim αβ numerus par, diuisus in duos æquales numeros αγ, γϐ: & in duos numeros inæquales αδ, δϐ. (Διορισμὸς.) Dico quod quadratus numerus, qui fit ex multiplicatione dimidij numeri γϐ in seipsum: æqualis sit numero plano, qui fit ex multiplicatione numerorum αδ, δϐ inæqualium: & quadrato numeri γδ interpositi. (Καταсκ:) Fiat quadratus numerus ex multiplicatione numeri γϐ dimidij in seipsum, & sit numerus ε. Planus verò ex multiplicatione αδ, δϐ numerorum inæqualium, numerus ζη: deniq; numeri δγ intercepti, fiat quadratus numerus ηθ. (Ἀπόδειξις.) Quoniam numerus βγ diuisus est in βδ, δγ numeros. idcirco quadratus numeri βγ: hoc est numerus ε, æqualis est quadratis numerorum βδ, δγ: & numero plano, qui fit ex multiplicatione numerorum βδ, δγ bis facta. (Κατασκευῆ & ἀποδείξεως.)

 Sit

δὶς ἐκ τῶν βδ, δγ. (Κατασκευὴ τῆς ἀποδείξεως.) Ἔστω οὖν ἀπὸ μὲν τοῦ βδ τετράγωνος ὁ κλ: ἀπὸ δὲ τοῦ δγ ὁ νξ. ἐκ δὲ τῶν βδ, δγ ἑκάτερος τῶν λμ, μν. ὅλος ἄρα ὁ κξ ἴσος ἐστὶ τῷ ε. Καὶ ἐπεὶ ὁ βδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἐποίησε τὸν κλ: μετρεῖ ἄρα αὐτὸν, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γδ, τὸν δβ πολλαπλασιάσας τὸν λμ ἐποίησε. ὁ ἄρα δβ μετρεῖ τὸν λμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γδ μονάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν κλ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας: ὅλον ἄρα τὸν κμ μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἴσος δὲ ὁ γβ τῷ γα. ὁ ἄρα δβ, μετρεῖ τὸν κμ κατὰ τὰς ἐν τῷ γα μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γδ πολλαπλασιάσας, τὸν δβ ἐποίησε τὸν μν. ὁ ἄρα δβ, μετρεῖ τὸν μν, κατὰ τὰς ἐν τῷ δγ μονάδας, ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν κμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν κν μετρεῖ ὁ βδ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας. ὑπόκειται γὰρ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ζη τῷ κν. οἱ γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις πολλαπλάσιοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ ηθ τῷ νξ ἴσος. ἑκάτερος γὰρ ὑπόκειται ἀπὸ τοῦ γδ τετράγωνος. ὅλος ἄρα ὁ κξ, ὅλῳ τῷ ζθ ἴσος

ἐστὶν

Sit igitur quadratus numeri βδ, numerus κλ: numeri verò δγ, sit quadratus numerus νξ: deniq; ex multiplicatione numerorum βδ, δγ: fiat vterq; numerus λμ, & μν. Itaq; totus numerus κξ, æqualis est numero ε. Quoniam nunc numerus βδ multiplicando seipsum, produxit numerum κλ: idcirco metitur eum per vnitates, quæ sunt in seipso. præterea cum numerus γδ, multiplicans numerum δβ, produxerit numerum λμ; eam ob causam δβ numerus metitur etiam numerum λμ, penes vnitates quæ sunt in numero γδ. verum antea metiebatur quoq; numerum κλ per vnitates quæ in seipso sunt. Quare numerus δβ, metitur totum numerum κμ iuxta vnitates, quæ sunt in numero γβ. Sed numerus γβ æqualis est numero γα. numerus igitur δβ, numerum κμ metitur per vnitates, quæ sunt in numero γα. Rursus quoniam numerus γδ, multiplicando numerum δβ, produxit numerum μν: idcirco δβ numerus, metitur numerum μν, per vnitates quæ sunt in numero γδ. Verum antea metiebatur numerum κμ, iuxta vnitates, quæ sunt in numero αγ. Numerus igitur βδ metitur totum numerum κν, per vnitates quæ sunt in numero αδ. illud enim est propositum. Quare numerus ζη, æqualis est numero κν. nam numeri qui eiusdem sunt æqualiter multiplices æquales inter se sunt: sed numerus ηθ, est æqualis numero νξ. nam vterq; proponitur esse quadratus numeri γδ. totus itaque κξ, toto ζθ æqualis est. verum nume-

ἐστὶν. ἐστὶ δὲ καὶ τῷ ε ὁ κζ ἴσος. καὶ ὁ ζθ ἄρα τῷ ε ἴσος ἐστί. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ζθ, ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος: μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ δγ τετραγώνου. ὁ δὲ ε, ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ δγ τετραγώνου, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα: διαιρεθῇ δὲ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμοὺς: ὁ ἐκ τῶν ἀνίσων μερῶν ἐπίπεδος: μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα: προστεθῇ δέ τις αὐτῷ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου, σὺν τῷ προσκειμένῳ: καὶ τοῦ προσκειμένου ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου, ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἄρτιος γὰρ ἀριθμὸς ὁ αβ, διῃρήσθω

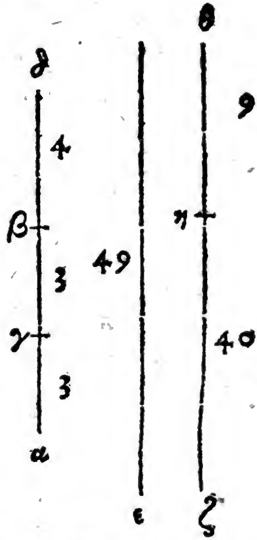
numero ε, æqualis est numerus κζ. Ergo & ζθ numerus æqualis est numero ε, & numerus ζθ est numerus planus, ex multiplicatione numerorum αδ, δϐ factus: cum quadrato numeri δγ. numerus verò ε quadratus numeri γϐ. (Συμπέρασμα.) Quare planus numerus factus ex multiplicatione numerorum αδ, δϐ inæqualium cum quadrato numeri δγ intercepti: æqualis est quadrato numeri γβ dimidij. Si itaq; numerus par diuisus fuerit in partes duas æquales: & idem rursus in partes diuidatur inæquales: numerus planus, qui fit ex multiplicatione partium inæqualium, cum quadrato numeri interpositi: æqualis est quadrato dimidij numeri. Quod erat demonstrandum.

Propositio VI. Theorema.

SI numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, & adijciatur ei aliquis alius numerus: tum planus numerus, qui fit ex multiplicatione numeri totius cum adiecto, & numeri adiecti, vnà cum quadrato dimidij numeri: æqualis est quadrato, numeri ex dimidio & numero adiecto compositi.

Εκθεσις.) *Par enim numerus αβ, diuidatur in*

ἤχθω δίχα εἰς τοὺς αγ, γβ ἀριθμοὺς: καὶ προσκείσθω αὐτῷ ἕτερός τις ἀριθμὸς ὁ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ γδ τετράγωνος ὁ ε, ἐκ δὲ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος ὁ ζη: ἀπὸ δὲ τοῦ γβ τετράγωνος ὁ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ γδ, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν δβ, βγ: μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν δβ, βγ. ἔστω ἀπὸ μὲν τοῦ βδ ὁ κλ: ἐκ δὲ τῶν δβ, βγ, ἑκάτερος τῶν λμ, μν: ἀπὸ δὲ τοῦ βγ ὁ νξ. ὅλος ἄρα ὁ κξ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. καὶ ἐστὶν ἀπὸ τοῦ γδ τετράγωνος ὁ ε. ὁ ἄρα κξ ἴσος ἐστὶ τῷ ε. καὶ ἐπεὶ ὁ βδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν κλ πεποίηκε. ὁ ἄρα βδ, μετρεῖ τὸν κλ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ

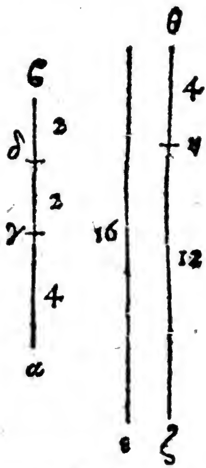


tur in duos numeros æquales $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: eiq; adijciatur alius numerus $\beta\delta$. (Διορισμός.) *Dico quòd numerus planus, ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ factus, cum quadrato numeri $\gamma\beta$: æqualis sit quadrato numeri $\gamma\delta$.* (Κατασκευή.) *Sit enim quadratus numerus numeri $\gamma\delta$, numerus ϵ: planus vero ex numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ multiplicatione factus, numerus $\zeta\eta$: deniq; quadratus numeri $\gamma\beta$, numerus $\eta\theta$.* (Απόδειξις.) *Quoniam quadratus numeri $\gamma\delta$, æqualis est quadrato numerorum $\delta\beta$, $\beta\gamma$, cum plano numero, qui fit ex multiplicatione numerorum $\delta\beta$, $\beta\gamma$ bis facta. sit quadratus numeri $\beta\delta$, numerus $\kappa\lambda$: plani verò ex multiplicatione numerorum $\delta\beta$, $\beta\gamma$ bis facta, vterq; numerorum $\lambda\mu$, $\mu\nu$. quadratus deniq; numeri $\beta\gamma$ numerus $\nu\xi$. Totus igitur $\kappa\xi$, æqualis erit quadrato numeri $\gamma\delta$. sed quadratus numeri $\gamma\delta$ est numerus ϵ. Ergo numerus $\kappa\xi$, æqualis est numero ϵ. Et cũ numerus $\beta\delta$ multiplicando seipsum, produxerit numerum $\kappa\lambda$, ergo nũmerus $\beta\delta$ metitur numerum $\kappa\lambda$, iuxta vnitates, quæ in seipso sunt.*

Πρότασις ε. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς δίχα διαιρεθῇ: διαιρεθῇ δὲ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς: ὁ ἐκ τῶν ἀνίσων μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἔστω γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ: καὶ διῃρήσθω δίχα μὲν εἰς τοὺς αγ, γβ: ἀνισαχῇ δὲ εἰς τοὺς αδ, δβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος: ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνου. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ γβ τετράγωνος ὁ ε: ἐκ δὲ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος ὁ ζη. ἀπὸ δὲ τοῦ δγ τετράγωνος ὁ ηθ.



(Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ βγ ἀριθμὸς διῄρηται εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς βδ, δγ. ἐστὶν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ βγ τετράγωνος, τουτέστιν ὁ ε: ἴσος τοῖς ἀπὸ τῶν βδ, δγ τετραγώνοις, μετὰ τοῦ

δὶς

Propositio V. Theorema.

SI numerus aliquis par, diuisus fuerit in duas partes æquales: deinde idem numerus rursus diuidatur in partes inæquales: numerus planus qui fit ex multiplicatione partiũ inęqualium, cum quadrato numeri interpositi: æqualis est quadrato dimidij numeri.

Ἔκθεσις.) *Sit enim* αβ *numerus par, diuisus in duos æquales numeros* αγ, γϐ: *& in duos numeros inæquales* αδ, δϐ. (Διορισμός.) *Dico quod quadratus numerus, qui fit ex multiplicatione dimidij numeri* γϐ *in seipsum: æqualis sit numero plano, qui fit ex multiplicatione numerorum* αδ, δϐ *inæqualium: & quadrato numeri* γδ *interpositi.* (Κατασκ.) *Fiat quadratus numerus ex multiplicatione numeri* γϐ *dimidij in seipsum, & sit numerus* ε. *Planus verò ex multiplicatione* αδ, δϐ *numerorum inæqualium, numerus* ζη: *deniq; numeri* δγ *intercepti, fiat quadratus numerus* κθ. (Ἀπόδειξις.) *Quoniam numerus* βγ *diuisus est in* βδ, δγ *numeros. idcirco quadratus numeri* βγ: *hoc est numerus* ε, *æqualis est quadratis numerorum* βδ, δγ: *& numero plano, qui fit ex multiplicatione numerorum* βδ, δγ *bis facta.* (Κατασκευὴ τ̃ ἀποδείξεως.)

δὶς ἐκ τῶν βδ, δγ. (Κατασκευὴ τῆς ἀποδεί-
ξεως.) Ἔστω οὖν ἀπὸ μὲν τοῦ βδ τετράγωνος
ὁ κλ: ἀπὸ δὲ τοῦ δγ ὁ νξ. ἐκ δὲ τῶν βδ, δγ
ἑκάτερος τῶν λμ, μν. ὅλος ἄρα ὁ κξ ἴσος
ἐστὶ τῷ ε. Καὶ ἐπεὶ ὁ βδ ἑαυτὸν πολλαπλασιά-
σας ἐποίησε τὸν κλ: μετρεῖ ἄρα αὐτὸν, κατὰ
τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γδ,
τὸν δβ πολλαπλασιάσας τὸν λμ ἐποίησε. ὁ ἄ-
ρα δβ μετρεῖ τὸν λμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γδ μο-
νάδας. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸν κλ, κατὰ τὰς ἐν ἑ-
αυτῷ μονάδας: ὅλον ἄρα τὸν κμ μετρεῖ ὁ δβ,
κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἴσος δὲ ὁ γβ τῷ
γα. ὁ ἄρα δβ, μετρεῖ τὸν κμ κατὰ τὰς ἐν τῷ
γα μονάδας. πάλιν ἐπεὶ ὁ γδ πολλαπλα-
σιάσας, τὸν δβ ἐποίησε τὸν μν. ὁ ἄρα δβ, με-
τρεῖ τὸν μν, κατὰ τὰς ἐν τῷ δγ μονάδας, ἐμέ-
τρει δὲ καὶ τὸν κμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αγ μονά-
δας. ὅλον ἄρα τὸν κν μετρεῖ ὁ βδ, κατὰ τὰς ἐν
τῷ αδ μονάδας. ὑπόκειται γάρ. ἴσος ἄρα ἐστὶν
ὁ ζη, τῷ κν. οἱ γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἰσάκις πολλαπλά-
σιοι, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ ηθ τῷ νξ
ἴσος. ἑκάτερος γὰρ ὑπόκειται ἀπὸ τοῦ γδ, τε-
τράγωνος. ὅλος ἄρα ὁ κξ, ὅλῳ τῷ ζθ ἴσος

ἐστὶν

Sit igitur quadratus numeri βδ, numerus κλ: numeri verò δγ sit quadratus numerus νξ: deniq; ex multiplicatione numerorum βδ, δγ: fiat vterq; numerus λμ, & μν. Itaq; totus numerus κξ, æqualis est numero ε. Quoniam nunc numerus βδ multiplicando seipsum, produxit numerum κλ: idcirco metitur eum per vnitates, quæ sunt in seipso. præterea cum numerus γδ, multiplicans numerum δβ, produxerit numerum λμ; eam ob causam δβ numerus metitur etiam numerum λμ, penes vnitates quæ sunt in numero γδ. verum antea metiebatur quoq; numerum κλ per vnitates quæ in seipso sunt. Quare numerus δβ, metitur totum numerum κμ iuxta vnitates, quæ sunt in numero γβ. Sed numerus γβ æqualis est numero γα. numerus igitur δβ, numerum κμ metitur per vnitates, quæ sunt in numero γα. Rursus quoniam numerus γδ, multiplicando numerum δβ, produxit numerum μν: idcirco δβ numerus, metitur numerum μν, per vnitates quæ sunt in numero γδ. Verum antea metiebatur numerum κμ, iuxta vnitates, quæ sunt in numero αγ. Numerus igitur βδ metitur totum numerum κν, per vnitates quæ sunt in numero αδ. illud enim est propositum. Quare numerus ζη, æqualis est numero κν. nam numeri qui eiusdem sunt æqualiter multiplices æquales inter se sunt: sed numerus ηθ, est æqualis numero νξ. nam vterq; proponitur esse quadratus numeri γδ. totus itaque κξ, toto ζθ æqualis est. verum nume-

ἐστιν. ἐστὶ δὲ καὶ τῷ ε ὁ κζ ἴσος. καὶ ὁ ζθ ἄρα τῷ ε ἴσος ἐστί. καὶ ἐστιν ὁ μὲν ζθ, ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος: μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ δγ τετραγώνου. ὁ δὲ ε, ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ δγ τετραγώνου, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα: διαιρεθῇ δὲ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμοὺς: ὁ ἐκ τῶν ἀνίσων μερῶν ἐπίπεδος: μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις ς. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα: προστεθῇ δέ τις αὐτῷ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου, σὺν τῷ προσκειμένῳ: καὶ τοῦ προσκειμένου ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου, ἔκτε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου τετραγώνῳ.

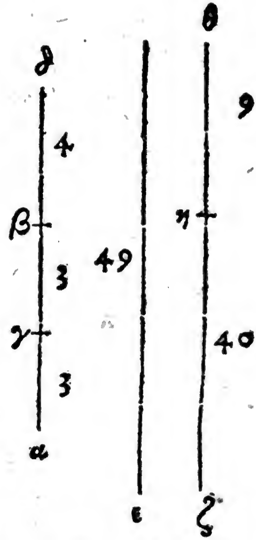
Ἔκθεσις.) Ἄρτιος γὰρ ἀριθμὸς ὁ αβ, διῃρήσθω

numero ε, æqualis est numerus κξ. Ergo & ζθ numerus æqualis est numero ε, & numerus ζθ est numerus planus, ex multiplicatione numerorum αδ, δϐ factus: cum quadrato numeri δγ. numerus verò ε quadratus numeri γϐ. (Συμπέρασμα.) Quare planus numerus factus ex multiplicatione numerorum αδ, δϐ inæqualium cum quadrato numeri δγ intercepti: æqualis est quadrato numeri γβ dimidij. Si itaq; numerus par diuisus fuerit in partes duas æquales: & idem rursus in partes diuidatur inæquales: numerus planus, qui fit ex multiplicatione partium inæqualium, cum quadrato numeri interpositi: æqualis est quadrato dimidij numeri. Quod erat demonstrandum.

Propositio VI. Theorema.

SI numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, & adijciatur ei aliquis alius numerus: tum planus numerus, qui fit ex multiplicatione numeri totius cum adiecto, & numeri adiecti, vnà cum quadrato dimidij numeri: æqualis est quadrato, numeri ex dimidio & numero adiecto compositi.

Εκθεσις.) *Par enim numerus αβ, diuidatur in*



σθω δίχα εἰς τὰς ᾱγ, γδ ἀριθμοὺς· καὶ προσκείσθω αὐτῷ ἕτερός τις ἀριθμὸς ὁ δβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ ἐκ τῶν ᾱδ, δβ ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. (Κατασκευή.) Ἔστω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ γδ τετράγωνος ὁ ε, ἐκ δὲ τῶν ᾱδ, δβ ἐπίπεδος ὁ ζη· ἀπὸ δὲ τοῦ γβ τετράγωνος ὁ ηθ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ γδ, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν δβ, βγ· μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν δβ, βγ. ἔστω ἀπὸ μὲν τοῦ βδ ὁ κλ· ἐκ δὲ τῶν δβ, βγ, ἑκάτερος τῶν λμ, μν· ἀπὸ δὲ τοῦ βγ ὁ νξ. ὅλος ἄρα ὁ κξ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. ἦ ἐστιν ἀπὸ τοῦ γδ τετράγωνος ὁ ε. ὁ ἄρα κξ ἴσος ἐστὶ τῷ ε. καὶ ἐπεὶ ὁ βδ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν κλ πεποίηκε. ὁ ἄρα βδ, μετρεῖ τὸν κλ, κατὰ τὰς ἐν ἑαυτῷ

tur in duos numeros æquales αγ, γϛ: eiq́ adijciatur alius numerus βδ. (Διορισμός.) Dico quòd numerus planus, ex multiplicatione numerorum αδ, δϛ factus, cum quadrato numeri γβ: æqualis sit quadrato numeri γδ. (Κατασκευή.) Sit enim quadratus numerus numeri γδ, numerus ε: planus vero ex numerorum αδ, δϛ multiplicatione factus, numerus ζη: deniq́ quadratus numeri γϛ, numerus ηθ. (Ἀπόδειξις.) Quoniam quadratus numeri γδ, æqualis est quadrato numerorum δϛ, ϛγ, cum plano numero, qui fit ex multiplicatione numerorum δϛ, ϛγ bis facta. sit quadratus numeri ϛδ, numerus κλ: plani verò ex multiplicatione numerorum δβ, ϛγ bis facta, vterq́ numerorum λμ, μν. quadratus deniq́ numeri βγ numerus νξ. Totus igitur κξ, æqualis erit quadrato numeri γδ. sed quadratus numeri γδ est numerus ε. Ergo numerus κξ, æqualis est numero ε. Et cũ numerus βδ multiplicando seipsum, produxerit numerum κλ, ergo numerus βδ metitur numerum κλ, iuxta vnitates, quæ in seipso sunt.

μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν λμ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ὅλον ἄρα τὸν κμ μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ γδ μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ δβ μετρεῖ καὶ τὸν μν, κατὰ τὰς ἐν τῷ γβ μονάδας. ἴσος δὲ ὁ γβ, τῷ γα, ὑπόκειται γάρ. ὅλον ἄρα τὸν κν, μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν ζη μετρεῖ ὁ δβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ αδ μονάδας, ὑπόκειται γὰρ ὁ ζη ἐκ τῶν αδ, δβ. ἴσος ἄρα ὁ ζη, τῷ κν. ἐστὶ δὲ καὶ ὁ θη τῷ νζ ἴσος. ἑκάτερος γάρ ἐστιν ὁ ἀπὸ τοῦ γβ τετράγωνος. ὅλος ἄρα ὁ ζθ: τῷ κζ ἐστὶν ἴσος. ὁ δὲ κζ ἀπεδείχθη τῷ ε ἴσος: καὶ ὁ ζθ ἄρα τῷ ε ἴσος ἐστί. καὶ ἔστιν ὁ μὲν ζθ: ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ τετραγώνου. ὁ δὲ ε, ὁ ἀπὸ τοῦ γδ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνῳ. (Συμπέρασμα.)

Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς διαιρεθῇ δίχα: προστεθῇ δέ τις αὐτῷ: ὁ ἐκ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ, καὶ τοῦ προσκειμένου ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου, ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

sunt. verum metitur etiam numerum λμ *per vnitates quæ sunt in* γβ *numero. quare numerus* δβ *totum numerum* κμ *metitur penes vnitates, quæ sunt in numero* γδ. *sed & numerus* δβ, *metitur numerũ* μν *per vnitates quæ sunt in numero* γβ: *& numerus* γβ, *est æqualis numero* γκ. *illud enim proponitur. Ergo numerus* δβ, *totum numerum* κν *metitur iuxta vnitates quæ sunt in numero* αδ. *verum numerus* δβ *metitur etiam numerum* ζκ *per vnitates quæ sunt in numero* αδ: *quia proponitur numerum* ζκ, *esse planum ex multiplicatione numerorum* αδ, δβ *factum. Quare numerus* ζκ *erit æqualis numero* κν. *sed* θκ *numerus etiam est æqualis numero* νζ. *quia vterq; est numerus quadratus numeri* γβ. *Totus igitur* ζθ *numerus, æqualis est* κζ *numero: &* κζ *numerus, demonstratus est æqualis esse numero* ε. *Itaq;* ζθ *numerus etiam erit æqualis numero* ε, *& numerus* ζθ *est numerus planus, ex multiplicatione numerorum* αδ, δβ *factus: cum quadrato numeri* βγ: *numerus verò* ε, *quadratus numeri* γδ. *Quare numerus planus, ex multiplicatione numerorum* αδ, δβ, *cumquadrato numeri* γβ: *æqualis est quadrato numeri* γδ. (συμπέρασμα.) *Si igitur numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, & adijciatur ei aliquis alius numerus, tum numerus planus, qui fit ex multiplicatione totius numeri cum adiecto, & numeri adiecti, vnà cum quadrato dimidij numeri: æqualis est quadrato numeri compositi ex dimidio, & adiecto. Quod demonstrandum erat.*

Πρότασις ζ. θεώρημα.

Ἂν ἀριθμὸς διαιρεθῇ, εἰς δύο ἀριθμοὺς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος, μετὰ τοῦ ἀφ' ὃς τῶν μερῶν τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ εἰρημένου μέρους, ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου.

β

8
8
64 *quad: totius.*

5
5
γ
25 *quad: partis.*

8 8
5 5
40 40
80 *planus bis facta multipl.*

3
3
α
9 *quad: reliq: part:*

64 *quad: totius* αβ.
25 *quad: partis* αγ.
89.

80 *planus bis facta.*
9 *quad: reliq: partis* βγ.
89.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ, διῃρήσθω εἰς τοὺς αγ, γβ ἀριθμούς. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι

οἱ ἀπὸ

Propositio VII. Theorema.

SI numerus aliquis diuidatur in duos numeros, quadratus numeri totius cũ quadrato vnius partis: æqualis est numero plano, ex multiplicatione totius numeri, & prędictæ partis bis facta, cum quadrato partis reliquæ.

β	8		64	*quad: totius αβ.*
	8		25	*quad: partis αγ.*
	64	*quad: totius.*	89.	
3	5		80	*planus bis facta.*
	5		9	*quad: reliq: partis βγ.*
γ	25	*quad: partis.*	89.	
	8	8		
5	5	5		
	40	40		
		80 *planus bis facta multipl.*		
	3			
	3			
α	9	*quad: reliqu: part.*		

Ἔκθεσις.) *Numerus αβ, diuidatur in numeros αγ, γβ.* (Διορισμός.) *Dico quod nu-*

οἱ ἀπὸ τῶν βα, αγ τετράγωνοι· ἴσοι εἰσὶν τῷ δὶς ἐκ τῶν βα, αγ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ βγ τετραγώνου. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ ὁ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βγ, γα, καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα, κοινὸς προσκείσθω ὁ ἀπὸ τοῦ αγ τετράγωνος. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ βα, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ: ἴσος ἐστὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνοις. καὶ ἑνὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γβ, μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα. καὶ ἐπεὶ ἅπαξ ἐκ τῶν βα, αγ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἅπαξ ἐκ τῶν βγ, γα, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γα τετραγώνου. ὁ ἄρα δὶς ἐκ τῶν βα, αγ: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ γα τετραγώνων. κοινὸς προσκείσθω ὁ ἀπὸ τοῦ βγ τετράγωνος. δύο ἄρα τετράγωνοι ἀπὸ τοῦ αγ: καὶ εἷς ἀπὸ τοῦ γβ, μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν βγ, γα: ἴσοι εἰσὶν τῷ δὶς ἐκ τῶν βα, αγ μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν βα, αγ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ γβ μέρους τετραγώνου. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς διαιρεθῇ εἰς δύο ἀριθμοὺς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου τετράγωνος,

μετὰ

meri quadrati numerorum βα, αγ: æquales sint numero plano, ex multiplicatione numerorum βα, αγ bis facta, cum quadrato numeri βγ. (Ἀπόδειξις.) Cum enim quadratus numeri αβ, sit æqualis quadratis numerorum βγ, γα, & numero plano ex multiplicatione numerorũ βγ, γα bis facta: communis addatur quadratus numeri αγ. Ergo quadratus numeri αβ, cum quadrato numeri αγ: æqualis est duobus quadratis numeri αγ, & vno quadrato numeri γβ: cum numero plano, ex multiplicatione numerorum βγ, γα bis facta. Quoniam verò numerus planus, ex multiplicatione βα, αγ numerorum semel facta: æqualis est numero plano ex multiplicatione βγ, γα semel facta, vnà cum quadrato γα. numerus itaq; ex multiplicatione βα, αγ bis facta: æqualis erit numero ex multiplicatione βγ, γα bis facta: cum duobus quadratis numeri γα. Communis addatur quadratus numerus βγ. ergo duo quadrati numeri αγ, & vnus quadratus numeri γβ: cum numero plano, ex multiplicatione βγ, γα bis facta: sunt æquales numero plano, ex numerorum βα, αγ multiplicatione bis facta, cum quadrato numeri γβ. Quare quadratus numeri αβ, cum quadrato numeri αγ: est æqualis numero plano, ex multiplicatione βα, αγ numerorum bis facta cũ quadrato numeri γβ. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus aliquis diuidatur in duos numeros: quadratus totius numeri, cum quadrato huius par-

μετὰ τοῦ ἀφ' ἑνὸς τῶν μερῶν τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ εἰρημένου μέρους ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις η. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ: ὁ τετράκις ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ προειρημένου μέρους ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνῳ.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ὁ αβ, διῃρήσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς τοὺς αγ, γβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι ὁ τετράκις ἐκ τῶν αβ, βγ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αβ, βγ ὡς ἀφ' ἑνὸς τετραγώνῳ. (Κατασκ:) Κείσθω γὰρ τῷ βγ, ἀριθμῷ, ἴσος ὁ βδ. (Ἀπόδειξις.) Καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ αδ, ἴσος ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αβ, βδ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βδ ἐπιπέδῳ: καὶ ἐστὶν ὁ βδ ἴσος τῷ βγ. ἐστὶν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ἴσος τοῖς ἀπὸ τῶν αβ, βγ τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ. τὰ δὲ ἀπὸ

τῶν

partis: æqualis est numero plano ex multiplicatione totius numeri, & prædictæ partis bis facta, cum quadrato reliquæ partis. quod erat demonstrandum.

Propositio VIII. Theorema.

SI numerus diuidatur in duos numeros: tum planus numerus, ex multiplicatione totius, & vnius partis quater facta, cum quadrato partis reliquæ: est æqualis quadrato totius & prædictæ partis tanquam esset quadratus vnius numeri.

Ἔκθεσις.) *Numerus enim αβ, diuidatur in duos numeros αγ, γβ.* (Διορισμός) *Dico quod numerus planus, ex multiplicatione numerorum, αβ, βγ quater facta, cum quadrato numeri αγ: æqualis sit quadrato numeri αβ, βγ tanquam vnius esset numeri quadratus.* (Κατασκευή.) *Fiat enim numero βγ, æqualis numerus βδ.* (Ἀπόδειξις.) *Quoniam nunc quadratus numeri αδ, æqualis est quadratis numerorum αβ, βδ: & numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βδ bis repetita. denique numerus βδ, æqualis sit numero βγ. idcirco quadratus numeri αδ, æqualis est quadratis numerorum αβ, βγ, & numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βγ bis facta, & quadrato numeri αγ. quadrata*



8 8 8 8
2 2 2 2

16 16 16 16

64 *planus ex quater facta multiplicatione.*

6
6

36 *quad: reliq:*

10
10

100 *quad. totius & part:*

64
36

100 *planus & quad: reliq:*

τῶν αβ, βγ τετράγωνα· ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ἴσος τῷ τετράκις ἐκ τῶν αβ, βγ ἐπιπέδῳ· καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνῳ. καὶ ἔστιν ὁ ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, βγ, ὡς ἀφ' ἑνός. ὁ γὰρ βδ, ἴσος ἐστὶ τῷ βγ. ἔστιν ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, βγ ὡς ἀφ' ἑνὸς τετράγω-



8	8	8	8
2	2	2	2
16	16	16	16

64 *planus ex quater facta multiplicatione.*

6
6
36 *quad: reliq:*

10
10
100 *quad: totius & partis.*

64
36
100 *planus, & quad: reliq:*

autem numerorum αβ, βγ, sunt æqualia numero plano ex multiplicatinue numerorum αβ, βγ bis repetita, & quadrato numeri αγ. quare numerus quadratus numeri αδ, erit æqualis numero plano ex multiplicatione numerorum αβ, βγ quater repetita, & quadrato numeri αγ. sed quadratus numeri αδ, est quadratus numerorum αβ, βγ, tanquam esset vnius numerus. quia numerus βδ, est æqualis numero βγ. Quare quadratus αβ, βγ numerorum, tanquam esset vnius numeri quadratus, æqualis est numero plano

τράγωνος· ἴσος τῷ τετράκις ἐκ τῶν αβ, βγ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθῇ· ὁ τετράκις ἐκ τοῦ ὅλου, καὶ ἑνὸς τῶν μερῶν ἐπίπεδος, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ μέρους τετραγώνου· ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὅλου, καὶ τοῦ προειρημένου μέρους, ὡς ἀφ᾽ ἑνὸς τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις θ. θεώρημα.

Ἐὰν ἀριθμὸς διαιρεθῇ δίχα, ἔτι δὲ διαιρεθῇ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς· οἱ ἀπὸ τῶν ἀνίσων ἀριθμῶν τετράγωνοι· διπλάσιοί εἰσι τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμισείας τετραγώνου, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου.

Ἔκθεσις.) Ἀριθμὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ αβ, δίχα διῃρήσθω εἰς τοὺς αγ, γβ ἀριθμούς· εἰς ἀνίσους δὲ διῃρήσθω τοὺς αδ, δβ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι οἱ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι· διπλάσιοί εἰσι τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τετραγώνων. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ, εἰς ἴσους μὲν διῄρηται τοὺς αγ, γβ, εἰς ἀνίσους δὲ τοὺς αδ, δβ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ,

ex multiplicatione numerorum αβ, βγ quater repetita, & quadrato numeri αγ. (Συμπέρασμα.) *Si igitur numerus diuidatur in duos numeros: tum planus numerus qui fit ex multiplicatione totius, & vnius partis quater repetita, cum quadrato partis reliquæ: est æqualis quadrato totius & prædictæ partis, tanquam esset quadratum vnius numeri. quod erat demonstrandum.*

Propositio IX. Theorema.

SI numerus diuidatur in duos numeros æquales, atque iterum in partes diuidatur inæquales: numeri quadrati numerorum inæqualium, dupli sunt quadrati eius, qui fit ex multiplicatione dimidij in seipsum, cum quadrato numeri inter ipsos intercepti.

Ἔκθεσις.) *Numerus enim αβ, qui est par, diuidatur in numeros αγ, γβ, æquales: & in numeros αδ, δβ inæquales.* (Διορισμός.) *Dico quòd quadrati numerorum αδ, δβ, dupli sint quadratorum qui fiunt ex multiplicatione numerorum αγ, γδ in seipsos.* (Ἀπόδειξις.) *Cū enim numerus αβ sit numerus par, diuisus etiā sit in numeros αγ, γβ: æquales, & postea in αδ, δβ numeros inæquales. numerus itaq; planus ex multiplicatione numerorum αδ, δβ factus, cum*



8
8
64 *quad:*

2
2
4 *quad:*

64
4
68 *quad: inæqual:*

5
5
25 *quad: dimidij.*

68 (2.
34

3
3
9 *qua: intercep:*

25
9
34 *quad: dimid: & intercepti.*

δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γδ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνῳ. ὁ δὶς ἄρα ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ γδ τετραγώνων: διπλάσιος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου. Καὶ ἐπεὶ ὁ αβ, δίχα διῄρηται εἰς τοὺς αγ, γβ. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ, τετράγωνος: τετραπλάσιος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου. καὶ ἐπεὶ ὁ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ δγ: διπλάσιος ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ γα. ἐὰν δὲ ὦσι δύο

ἀριθ-

cum quadrato numeri $\delta\gamma$: est æqualis quadrato numeri $\alpha\gamma$. Ergo numerus planus ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ bis facta cum duobus quadratis numeri $\gamma\delta$: duplus est quadrati, numeri $\alpha\gamma$. Cum etiam $\alpha\beta$ numerus sit diuisus in duos numeros $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$ æquales: idcirco quadratus numeri $\alpha\beta$, quadruplus est numeri quadrati, ex multiplicatione numeri $\alpha\gamma$ in seipsum facti. Adhæc cum numerus planus, ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ bis repetita factus, cum duobus quadratis numeri $\delta\gamma$ duplus sit numeri quadrati ex $\gamma\alpha$ numero: cumque duo fuerint numeri, quorum alter eiusdem numeri sit quadruplus: alter verò eiusdem duplus: tum quadruplus numeri dupli erit duplus. Quare quadratus numeri $\alpha\beta$, duplus est numeri ex numerorũ $\alpha\delta$, $\delta\beta$ multiplicatione bis facta procreati, cum duobus quadratis numeri $\delta\gamma$. idcirco numerus, qui ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum bis facta producitur: dimidio minor est quadrato numeri $\alpha\beta$. quadrato nempe numero bis repetito multiplicatione

numeri

ἀριθμοὶ, ὁ μὲν ἕτερος αὐτῶν τοῦ αὐτοῦ τετραπλάσιος ὁ δ' ἕτερος διπλάσιος: ὁ τετραπλάσιος διπλάσιός ἐστι τοῦ διπλασίου. ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ αβ, διπλάσιός ἐστι τοῦ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ δγ. ἐστὶν ἄρα ὁ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ ἔλαττων ἡμίσεος, τοῦ ἀπὸ τοῦ αβ, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ δγ. καὶ ἐπεὶ ὁ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν αδ, δβ: ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ αβ. ὁ ἄρα συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν αδ, δβ: μείζων ἐστὶν ἡμίσεος τοῦ ἀπὸ τοῦ αβ, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ δγ. καὶ ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ αβ, τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραπλάσιος. ὁ ἄρα συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν αδ, δβ: μείζων ἐστὶ διπλασίου τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ, τῷ δὶς ἀπὸ τοῦ δγ. Διπλάσιος ἄρα ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ. (Συμπέρασμα.) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα, ἔτι δὲ διαιρεθῇ καὶ εἰς ἀνίσους ἀριθμούς: οἱ ἀπὸ τῶν ἀνίσων ἀριθμῶν τετράγωνοι: διπλάσιοι εἰσὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμισείας τετραγώνου, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ μεταξὺ τετραγώνου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότα-

numeri δγ in seipsum facta. & quia numerus ex multiplicatione αδ, δβ numerorum bis facta, cum numero composito, & producto ex multiplicatione numerorum αδ, δβ: æqualis est quadrato numeri αϐ. idcirco numerus qui componitur ex quadratis numerorum αδ, δβ, maior est dimidio quadrati numeri αβ: numero quadrato numeri δγ bis repetito. & est quadratus numeri αβ, quadrati numeri αγ quadruplus. Quare compositus numerus ex quadratis numerorum αδ, δβ: maior est duplo quadrati numeri αγ: numero quadrato numeri δγ bis repetito. Quare duplus est quadratorum, ex multiplicatione numerorum αγ, γδ bis factorum. (Συμπέρασμα.) Si igitur numerus diuidatur in duos numeros æquales: & iterum in numeros inæquales: numeri quadrati numerorum inæqualium dupli sunt quadrati eius, qui fit ex multiplicatione dimidij in seipsum, cum quadrato numeri inter ipsos intercepti. quod demonstrandum erat.

Propo-

Πρότασις ι. θεώρημα.

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς, διαιρεθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῷ ἕτερος ἀριθμὸς: ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ: καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου οἱ συναμφότεροι τετράγωνοι διπλάσιοι εἰσὶ τοῦ ἀπὸ ἡμίσεος τετραγώνου: καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου ὡς ἀφ᾽ ἑνὸς τετραγώνου.



8
8
64 *quad: αδ.*

2
2
4 *quad: δβ.*

5
5
25 *quad: γδ dimidij, & adiecti.*

3
3
9 *quad: dimid: αγ.*

25
9
34.

64
4
68.

68
34 (2.

Ἔκθεσις.) Ἔστω γὰρ ἄρτιος ἀριθμὸς ὁ αβ, καὶ διῃρήσθω δίχα εἰς τοὺς αγ, γβ: καὶ προσκείσθω αὐτῷ ἕτερός τις ἀριθμὸς ὁ βδ. (Διορισμός.) Λέγω ὅτι οἱ ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι, διπλάσιοι εἰσὶ τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ τε-

τραγώ-

Propositio X. Theorema.

SI numerus par, diuisus fuerit in duos numeros æquales, eiq; addatur alius aliquis numerus: tum numerus quadratus totius cũ adiecto, & quadratus numeri adiecti: hi duo quadrati numeri coniuncti: dupli sunt quadratorum numerorum, scilicet quadrati dimidij, & quadrati eius, qui est compositus ex numero dimidio, & adiecto, ac si vnius numeri quadratus esset.

δ		8	2		
2		8	2		
	β	64 *quad: αδ.*	4 *quad: δβ.*		
		5			
3		5			
	γ	25 *quad: γδ dimidij, & adiecti.*			
3		3	25	64	
		3	9	4	68
α		9 *quad:dimid: αγ.*	34.	68.	34 (2.

Εκθεσις.) *Sit enim αβ numerus par, & diuidatur in duas partes æquales αγ, γβ numeros: eiq; adijciatur alius numerus βδ.* (Διορισμὸς.) *Dico quod numeri quadrati numerorum αδ, δβ dupli sint numerorũ quadra-*

τετραγώνων. (Ἀπόδειξις.) Ἐπεὶ γὰρ ἀριθμὸς ὁ αδ, διῄρηται εἰς τοὺς αβ, βδ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι: ἴσοι εἰσὶν τῷ δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ ἐπιπέδῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ αβ τετραγώνου. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ αβ τετράγωνος, ἴσος ἐστὶ τέσσαρσι τοῖς ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις. ἴσος γάρ ἐστιν ὁ αγ, τῷ γβ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι: ἴσοι εἰσὶ τῷ τε δὶς ἐκ τοῦ αδ, δβ, καὶ τέσσαρσι τοῖς ἀπὸ τῶν βγ, γα. καὶ ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ γβ, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ γδ. ὁ ἄρα δὶς ἐκ τῶν αδ, δβ, μετὰ δύο τῶν ἀπὸ τοῦ γβ: ἴσος ἐστὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ γδ. οἱ ἄρα ἀπὸ τῶν αδ, δβ τετράγωνοι: ἴσοι εἰσὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ γδ: καὶ δύσι τοῖς ἀπὸ τοῦ αγ. διπλάσιοι ἄρα εἰσὶν τῶν ἀπὸ τῶν αγ, γδ. καὶ ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ αδ τετράγωνος, ὁ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς προσκειμένης: ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δβ, ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου: ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ γδ, ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου. ὁ ἄρα ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῷ προσκειμένῳ τετράγωνος μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου: διπλάσιός ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου

ἔκ τε

rorum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$. (Ἀπόδειξις.) Cum enim numerus $\alpha\delta$, diuisus sit in numeros $\alpha\beta$, $\beta\delta$: idcirco numeri quadrati numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ æquales sunt numero plano ex multiplicatione numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$ bis repetita facto, cum quadrato numeri $\alpha\beta$. sed quadratus numeri $\alpha\beta$, æqualis est quatuor quadratis numerorum $\alpha\gamma$, $\gamma\beta$: quia $\alpha\gamma$ est æqualis $\gamma\beta$ numero: idcirco etiam quadrati numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$: æquales sunt numero plano ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum bis facta producto: & quatuor quadratis numerorum $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$. Cum verò planus numerus ex multiplicatione $\alpha\delta$, $\delta\beta$ numerorum factus, cum quadrato numeri $\gamma\beta$: æqualis sit quadrato numeri $\gamma\delta$. idcirco numerus ex multiplicatione $\alpha\delta$ $\delta\beta$ numerorum bis repetita factus, cum duobus quadratis numeri $\gamma\beta$: est æqualis quadrato numeri $\gamma\delta$. Quare quadrati numerorum $\alpha\delta$, $\delta\beta$: æquales erunt duobus quadratis numeri $\gamma\delta$: & duobus quadratis numeri $\alpha\gamma$. ergo erunt dupli quadratorum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$ numerorum, & quadratus numeri $\alpha\delta$, est quadra-

ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ τοῦ προσκειμένου. (Συμπέρασμα:) Ἐὰν ἄρα ἄρτιος ἀριθμὸς δίχα διαιρεθῇ, προστεθῇ δέ τις αὐτῷ ἕτερος ἀριθμὸς, ὁ ἀπὸ τοῦ ὅλου σὺν τῷ προσκειμένῳ, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ προσκειμένου, οἱ συναμφότεροι τετράγωνοι: διπλάσιοι εἰσὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τετραγώνου, καὶ τοῦ ἀπὸ
τοῦ συγκειμένου ἔκ τε τοῦ ἡμίσεος, καὶ
τοῦ προσκειμένου ὡς ἀφ' ἑνὸς
τετραγώνου. ὅπερ
ἔδει δεῖξαι.

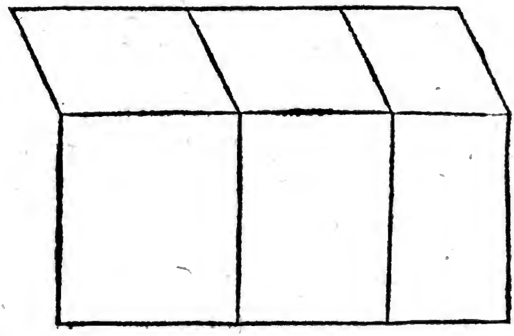
ΤΕΛΟΣ.

tus totius, & adiecti numeri: quadratus verò δζ, est quadratus numeri adiecti. quadratus etiam numeri γδ, est quadratus numeri compositi ex dimidio & adiecto. (Συμπέρασμα.) Quare si numerus par diuisus fuerit in duos numeros æquales: eiq́; addatur alius aliquis numerus, tum numerus quadratus totius & adiecti, cum quadrato adiecti duplus est quadratorum dimidij, & eius, qui compositus est ex dimidio & adiecto, ac si vnius numeri quadratus esset. Quod erat demonstrandum.

FINIS.

Theoremata octo, quibus nonnulla ex præcedentibus demonſtrantur Στερεωμετρικῶς.

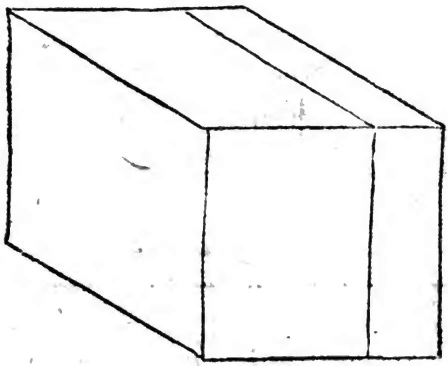
Theorema primum.



SI fuerint duæ lineæ rectæ, quarum vna quidem ſit integra, altera vero in quotcunq; partes diuiſa: quod ſub integra bis, & altera illa ſemel continetur ſolidum parallelepipedon rectangulum, eſt æquale ijs ſolidis parallelepipedis rectangulis, quæ ſub integra bis, & ſingulis ſegmentis ſemel continentur.

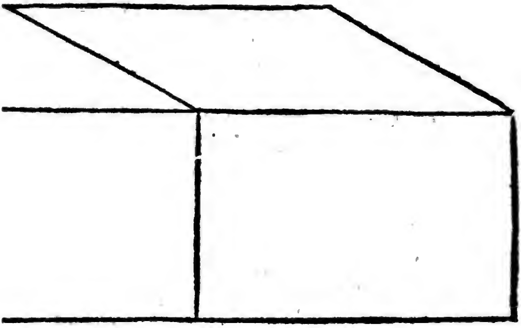
Theo-

Theorema secundum.



SI fuerit linea recta dissecta ὡς ἔτυχε, quæ sub tota bis, & singulis segmentis semel continentur solida parallelepipeda rectangula, sunt æqualia ei, qui ex tota fit cubo.

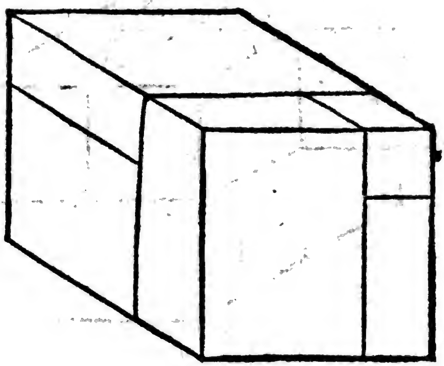
Theorema tertium.



SI recta linea fuerit dissecta ὡς ἔτυχε, quod sub tota, & vno segmento bis continetur solidum parallelopipedon rectangulum: est æquale solido parallelepipedo rectangulo, quod continetur sub eodem illo segmento bis, & reliquo semel, vna cum eo, qui ab eodem segmento est, cubo.

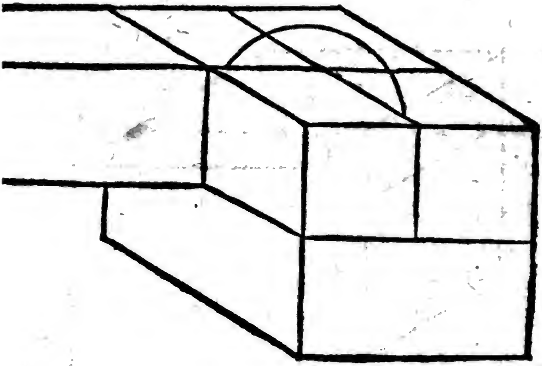
Theo-

Theorema quartum.



SI recta linea fuerit dissecta ὡς ἔτυχε, qui à tota est cubus, est æqualis ijs cubis, qui sunt à segmentis, vnà cum solidis parallelepipedis rectangulis, quæ sub tota & duobus segmentis continentur ter.

Theorema quintum.



SI recta linea fuerit dissecta in duo æqualia, & in duo inæqualia, quod sub maiore segmento semel, & minore bis continetur solidum parallelepipedon rectangulum, vnà cũ duobus solidis parallelepipedis rectangulis, quorum vnum quidem sub dimidia bis, & ea quæ sectionibus interiacet semel, alterum verò sub minore segmento semel, & ea quæ sectionibus interiacet bis, continetur: est æquale ei, qui à dimidia est cubo.

Theo-

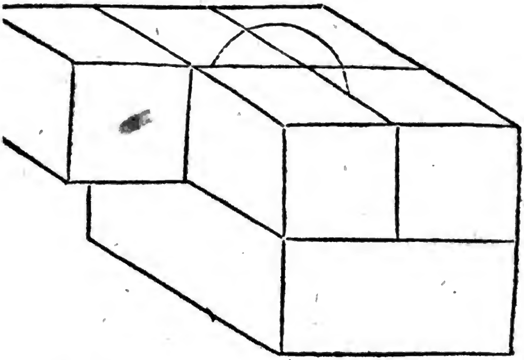
Theorema sextum.

SI recta linea fuerit dissecta in duo æqualia, & in duo inæqualia, solidum parallelepipedon rectangulum quod sub maiore segmento bis, & minore semel continetur, nunc quidem est æquale cubo, qui est à dimidia, nunc verò maius eo, nunc autem minus.



Theo-

Theorema ſeptimum.



SI recta linea fuerit diſſecta δίχα, & adiecta ipſi fuerit alia quædã recta ἐπ' ὐθείας: ſolidum parallelepipedon rectangulum, quod ſub tota cum adiecta ſemel, & ea quæ adiecta eſt bis continetur, vnà cum duobus ſolidis parallelepipedis rectangulis, quorum vnum quidem ſub dimidia bis, & adiecta ſemel, alterum verò ſub dimidia cum adiecta bis, tanquam linea vna, & dimidia ſemel continetur, eſt æquale cubo qui eſt à dimidia cum adiecta, tanquam linea vna.

Theore-

Theorema octauum.

SI recta linea fuerit dissecta δίχα, & ei adiecta fuerit alia quædam ἐπ᾽ εὐθείας: solidum parallelepipedon rectãgulum, quod sub tota cum adiecta bis, & ea quæ adiecta est semel continetur, nunc quidem est æquale cubo, qui est à dimidia cum adiecta tanquam linea vna, nunc verò maius eo, nunc autem minus.



Has

Has octo propositiones ſtereometricas ſub finem annexas eſſe volui: vt videatur, quomodo iſta de qua diximus κοινωνία τ̃ ἐπιστημῶν ſit intelligenda: & quod διαίρεσις ſe in corporibus ita, vt in figuris planis habeat: ſed ipſas demonſtrationes propter temporis anguſtiam annectere nõ potui: verum quamprimum ſe occaſio offeret: non tantum has ſuis demonſtrationibus inſtructas edam: ſed & plura adiungam: ne videar bonis & ſtudioſis, quibus hęc ſcribo, defuiſſe adoleſcentibus.

FINIS.

ARGENTORATI APVD Chriſtianum Mylium.
1564.